

### 7.1.5.2.6 Comparación entre la representación ROY y la representación PERT

La representación gráfica mediante un grafo o diagrama de un proyecto es una herramienta de análisis y comunicación muy útil, pero no es absolutamente necesaria para el cálculo de las fechas mínima y máxima de las actividades, ni para la introducción de los datos del problema en un ordenador, para lo cual es mucho más conveniente la tabla del tipo ya presentado (aunque muchos de los paquetes informáticos actualmente disponibles para PC utilizan una entrada de datos muy afín a la forma gráfica). Por consiguiente, en el ejemplo presentado hemos actuado en cierta forma al revés de lo que se habría realizado en la práctica. Puesto que ya disponíamos de una lista de actividades, duraciones, precedencias y recursos habríamos podido pasar al cálculo, mediante un ordenador, de las fechas y márgenes, sin necesidad de perder el tiempo en dibujos.

Recuérdese no obstante que en la mayoría de las ocasiones, más que utilizar la palabra diagrama o gráfico hemos empleado la de representación (y en ocasiones la de grafo, que es un ente de naturaleza lógica o matemática). Por que lo que difiere en los enfoques ROY o CPM no es sólo el dibujo, sino también y sobre todo la forma de acercamiento al proyecto para proceder a su modelización. Por dicha causa, como herramientas de análisis y comunicación la representación PERT y la representación ROY no son equivalentes, ni tampoco los paquetes informáticos basados en una u otra, ni los resultados obtenibles. Son parecidas, pertenecen a la misma familia, pero no es indiferente elegir una u otra. Cada una posee sus ventajas, y en ocasiones, sus inconvenientes.

En la representación ROY el elemento básico lo constituyen las actividades y en consecuencia todo gira alrededor de ellas. Es un procedimiento orientado a las actividades (*activity oriented* o *activity-on-the-nodes*). Son las actividades las que deberán codificarse, y por consiguiente será factible que dicha codificación sea significativa (tipo de actividad/lugar de realización /características especiales/número de serie). Las ligaduras establecen relaciones entre las actividades, esencialmente precedencias entre las mismas. Para formalizarlas deberá estudiarse qué actividades preceden inmediatamente a una actividad dada (y, en su caso, cuánto debe valer el desplazamiento temporal mínimo de los inicios de ambas).

En la representación PERT la preeminencia la tienen las etapas; es un procedimiento orientado a las etapas (*event oriented*). Son las etapas las que se codifican. En principio una actividad es un objeto que va desde una etapa hasta otra etapa. Su código consiste en la pareja ordenada de códigos de las etapas anterior y posterior. Las ligaduras entre actividades se obtienen indirectamente a partir de la incidencia de las mismas en las etapas. Las ligaduras directamente representables son de tipo muy rígido, lo que obliga a recurrir a actividades virtuales o ficticias y a particiones, no menos ficticias, de actividades reales para intentar respetar en la representación los condicionantes de la realidad. En los cálculos se obtienen inicialmente las fechas de realización de las etapas, que tras su elaboración nos conducen a las fechas relativas a las actividades.

Tantos aspectos negativos llevan a preguntarse cómo es posible que alguien haya pensado alguna vez que la representación PERT era útil, y que existan tantos paquetes informáticos basados en ella. También llama la atención retrospectivamente el hecho de que hubiese podido existir una batalla dialéctica entre dos bandos enfrentados por la defensa cada uno de una de las representaciones.

La razón estriba en que los puntos señalados parecen más negativos de lo que son en realidad. La mayoría de proyectos, tal vez debido a la manera en que los concebimos, presentan las ligaduras potenciales de la forma que admite directamente el procedimiento PERT, el número de actividades virtuales a introducir, así como los desdoblamientos de actividades es importante pero limitado. Es habitual que las actividades virtuales constituyan el 10% del total de actividades, que es mucho, pero no excesivo. En los proyectos suelen existir etapas o entidades análogas, que condicionan el comienzo de grupos de actividades a la terminación de otros grupos de actividades. Como consecuencia el número de vértices de la representación PERT de un proyecto será inferior en la mayoría de los casos al número de vértices de la representación ROY. Desde el punto de vista de los cálculos para la determinación de las fechas los procedimientos numéricos de tratamiento del grafo son idénticos, dependiendo la duración de los mismos y ocupación de memoria del tamaño del grafo. Siendo el grafo PERT más reducido que el ROY, el tiempo de cálculo para un proyecto dado puede ser considerablemente menor si se ha representado en la forma PERT que si se ha hecho en la ROY, aun teniendo en cuenta el paso suplementario de fechas de etapas a fechas de actividades. La ocupación de memoria sigue la misma tónica. En los años en que se inició la utilización de estas metodologías para la planificación y control de proyectos, las velocidades y capacidades de los ordenadores presentaban problemas que, dado el asombroso desarrollo del sector, hoy están superados y a veces nos cuesta recordarlos. Un ahorro de tiempo de cálculo y de memoria podía justificar ampliamente la elección de la representación, aunque fuese algo más incómoda en el momento del análisis.

#### **7.1.5.2.7 Elección del sistema de representación**

La elección de un sistema u otro de representación depende esencialmente del instrumento utilizado para desarrollar los cálculos que deben realizarse para determinar las fechas mínimas y máximas del proyecto. Si el paquete informático disponible sigue la filosofía que hemos llamado PERT, no cabe ninguna solución razonable que no sea la adopción de dicha representación. Lo mismo cabe decir si el paquete responde a la filosofía ROY. Hemos sido testigos de una situación en la que siendo el paquete del tipo PERT los analistas del proyecto eligieron la representación ROY, pero las dificultades subsiguientes nos reafirmaron en las conclusiones anteriores. El trabajo de análisis del proyecto (descomposición en actividades, establecimiento de las ligaduras) es lo suficientemente complejo como para no ser aconsejable la adición de complicaciones innecesarias.

Dado que la evolución del material informático y de su software ha sufrido mejoras considerables desde el momento en que se diseñaron los primeros sistemas informáticos de soporte a la planificación y control de proyectos, las dificultades existentes para reflejar adecuadamente en los ficheros la estructura ROY han desaparecido o se han atenuado considerablemente, por lo que es habitual encontrar paquetes que consideran representaciones híbridas respecto a las que hemos descrito. Por ejemplo, el paquete PERT006, desarrollado por el Grupo de Productiva de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona (Universidad Politécnica de Cataluña) considera una representación mixta:

- Las ligaduras potenciales directamente asimilables por el paquete son del tipo "j puede comenzar cuando i haya terminado".
- No existe el concepto de etapa, para definir las ligaduras basta indicar para cada actividad cuáles son sus precedentes inmediatas.

### 7.1.5.3 Determinación de las fechas mínimas y máximas

Para establecer un programa de realización de las actividades del proyecto, se toma como punto de referencia el inicio del mismo, como fecha cero; posteriormente, una vez conocido a qué valor del calendario corresponde dicho cero y los días festivos del mismo, se pueden transformar todas las fechas relativas en absolutas.

Para conocer la fecha mínima o más temprana de inicio de una actividad debemos determinar la longitud del camino máximo desde el inicio del proyecto hasta la misma; idéntico procedimiento servirá para determinar la duración mínima del proyecto. Para conocer la fecha máxima o más tardía deberemos determinar el camino máximo desde la actividad en cuestión hasta el final del proyecto, pues su longitud restada de la duración mínima del proyecto nos dará el valor deseado. Ambas determinaciones se pueden realizar con el mismo algoritmo, que será una de las muchas variantes existentes para la determinación de caminos extremos en grafos.

Dichos cálculos son fácilmente realizados por un ordenador, no necesariamente de gran tamaño, pero también es fácil realizarlos, en proyectos pequeños, a mano, en forma tabular o sobre la figura.

Consideremos en primer lugar la forma tabular para el proyecto PREPARACIÓN DE OBRA en el formato ROY (véase la tabla de la figura 7.1.5.21). Hemos incluido en la tabla todas las actividades (incluyendo las ficticias P y F, principio y final del proyecto), las precedentes y el *plazo* mínimo entre el comienzo de la precedente y el comienzo de la actividad considerada. La única fecha mínima que inicialmente conocemos es la del comienzo del proyecto, la de P, que en valor relativo es 0. Las operaciones a realizar son

sistemáticamente el cálculo de la suma de la fecha mínima de la actividad precedente más el plazo. Cuando, para una actividad, todas estas sumas (si hay más de una precedente) hayan sido calculadas, el *valor mayor* corresponderá a la fecha mínima de la actividad considerada (ya que para poderla iniciar es necesario que se cumplan *todos* los plazos que la condicionan). En la tabla de la *figura 7.1.5.22* vemos el resultado de nuestros cálculos.

PROYECTO: PREPARACIÓN DE OBRA						
Código Activ.	Fecha mínima	Durac.	Precedente inmediata	Fecha mín. de prec. inm.	Plazo	Suma
P	0	0	-			
a		3	P	0	0	
b		2	a		3	
c		2	b		2	
d		6	d		2	
e		1	c		2	
f		10	c		2	
g		4	c		2	
h		15	c		2	
i		5	e		1	
j		5	f		10	
k		10	g		4	
l		2	h		15	
m		3	i		5	
			j		5	
n		10	k		10	
p		8	l		2	
q		5	d		6	
			m		3	
r		2	n		10	
			p		8	
F		0	q		5	
			r		2	

Fig. 7.1.5.21 Tabla inicial para el cálculo de las fechas mínimas del proyecto: PREPARACIÓN DE OBRA

El cálculo de las fechas mínimas de las actividades:

$$a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k \text{ y } l$$

no ofrece mayor dificultad, cada una tiene una sola precedente inmediata, sin embargo, la actividad  $m$  posee dos, la  $i$  y la  $j$ , las sumas correspondientes son:

$$8 + 5 = 13$$

$$17 + 5 = 22$$

por tanto  $m$  no puede empezar hasta la fecha 22, como se ha reflejado en la tabla. Continuamos los cálculos de esta forma hasta llegar a establecer la fecha de F, que resulta ser 34. Por tanto la duración mínima del proyecto es 34 días laborables.

Una pregunta inmediata que podemos formularnos es la siguiente: qué ocurre si al aplicar el procedimiento llega un momento en el cual existen actividades sin fecha mínima pero no podemos determinarlas ya que algunas de las sumas correspondientes a dichas actividades no se han podido calcular por falta del sumando "fecha mínima de la precedente"? Esta situación, que no es insólita en las primeras fase de análisis de un proyecto con un número elevado de actividades, significa una de las dos siguientes cosas (o ambas):

- El grafo del proyecto no es conexo, es decir, puede descomponerse en dos o más grupos de actividades sin que existan arcos (ligaduras) entre una de estas partes (la que contiene P) y algunas de las otras.
- El grafo del proyecto contiene circuitos, es decir, existen varias actividades, tales como  $i, j, k$  tales que para que comience  $j$  debe haber transcurrido un plazo desde el comienzo de  $i$ , para que comience  $k$  debe haber transcurrido un plazo desde el comienzo de  $j$ , y para que comience  $i$  debe haber transcurrido un plazo desde que haya comenzado  $k$ .

La primera situación corresponde claramente a un error en el diseño de la representación del proyecto (o en su introducción en el instrumento de cálculo), tal como lo hemos definido hasta ahora, aunque en la situación multiproyecto, que trataremos más adelante, podrá producirse algo de este tipo. La segunda también, salvo que utilizáramos ligaduras de sucesión máxima, con longitudes negativas. Si todos los plazos correspondientes al circuito que se ha establecido con las actividades  $i, j, k$  son positivos, existe un error de análisis (y lo mismo si la suma de los plazos es estrictamente positiva). Con ligaduras de sucesión máxima los circuitos con suma de plazos negativa o nula no corresponden necesariamente a un error, pero las fechas mínimas del proyecto no pueden calcularse con el procedimiento anterior, que exige un grafo del proyecto conexo y *sin circuitos*. En este caso deberíamos emplear procedimientos especiales.

PROYECTO: PREPARACIÓN DE OBRA						
Código Activ.	Fecha mínima	Durac.	Precedente inmediata	Fecha mín. de prec. inm.	Plazo	Suma
P	0	0	-			
a	0	3	P	0	0	0
b	3	2	a	0	3	3
c	5	2	b	3	2	5
d	7	6	c	5	2	7
e	7	1	c	5	2	7
f	7	10	c	5	2	7
g	7	4	c	5	2	7
h	7	15	c	5	2	7
i	8	5	e	7	1	8
j	17	5	f	7	10	17
k	11	10	g	7	4	11
l	22	2	h	7	15	22
m	22	3	i	8	5	13
			j	17	5	22
n	21	10	k	11	10	21
p	24	8	l	22	2	24
q	25	5	d	7	6	13
			m	22	3	25
r	32	2	n	21	10	31
			p	24	8	32
F	34	0	q	25	5	30
			r	32	2	34

Fig. 7.1.5.22 Tabla final para el cálculo de las fechas mínimas del proyecto: PREPARACIÓN DE OBRA (sistema ROY)

Suponiendo que hemos podido determinar las fechas mínimas de comienzo de las actividades, pasemos a determinar las fechas máximas, de las cuales conocemos una, la correspondiente a la terminación del proyecto, actividad ficticia F, que debe valer 34. La tabla inicial de cálculo es la de la *figura 7.1.5.23*, análoga a la de la *figura 7.1.5.21* pero en la que consideramos las actividades siguientes inmediatas de una dada en lugar de las precedentes.

PROYECTO: PREPARACIÓN DE OBRA						
Código Activ.	Fecha máxima	Durac.	Siguiente inmediata	Fecha máx. de sig. inm.	Plazo	Diferencia
P		0	a		0	
a		3	b		3	
b		2	c		2	
c		2	d		2	
			e		2	
			f		2	
			g		2	
			h		2	
d		6	q		6	
e		1	i		1	
f		10	j		10	
g		4	k		4	
h		15	l		15	
i		5	m		5	
j		5	m		5	
k		10	n		10	
l		2	p		2	
m		3	q		3	
n		10	r		10	
p		8	r		8	
q		5	F	34	5	
r		2	F	34	2	
F	34	0	-			

*Fig. 7.1.5.23* Tabla inicial para el cálculo de las fechas máximas del proyecto: PREPARACIÓN DE OBRA (sistema ROY)

Puesto que ahora retrocedemos en el tiempo, los cálculos se realizan restando de la fecha máxima de la actividad siguiente, y en caso de disponer de varios valores para la fecha máxima de una actividad elegimos el que restringe más, es decir, el *menor* de todos ellos (véase en la tabla final de la *figura 7.1.5.24* la determinación de la fecha máxima de *c*).

PROYECTO: PREPARACIÓN DE OBRA						
Código Activ.	Fecha máxima	Durac.	Siguiente inmediata	Fecha máx. de sig. inm.	Plazo	Diferencia
P	0	0	a	0	0	0
a	0	3	b	3	3	0
b	3	2	c	5	2	3
c	5	2	d	26	2	24
			e	20	2	18
			f	11	2	9
			g	8	2	6
			h	7	2	5
d	26	6	q	34	6	26
e	20	1	i	21	1	20
f	11	10	j	21	10	11
g	8	4	k	12	4	8
h	7	15	l	22	15	7
i	21	5	m	26	5	21
j	21	5	m	26	5	21
k	12	10	n	22	10	12
l	22	2	p	24	2	22
m	26	3	q	29	3	26
n	22	10	r	32	10	22
p	24	8	r	32	8	24
q	29	5	F	34	5	29
r	32	2	F	34	2	32
F	34	0	-			

*Figura 7.1.5.24* Tabla final para el cálculo de las fechas máximas del proyecto: PREPARACIÓN DE OBRA (sistema ROY)



Los resultados obtenidos se han resumido en la tabla de la *figura 7.1.5.25*. El "margen total" de cada actividad se obtiene restando de la fecha máxima de comienzo la mínima; las actividades que tienen margen total nulo son las críticas. Las actividades críticas determinan el (o los) camino(s) crítico(s); realmente cuando hay más de un camino crítico sería conveniente hablar de sub-grafo o sub-red crítica. En nuestro caso el camino crítico es único:

$$a - b - c - h - l - p - r$$

Las actividades críticas son las que establecen la duración mínima del proyecto (aquí 34 días) y por consiguiente merecen durante la ejecución una atención especial ya que cualquier retraso en ellas repercute sobre el conjunto del proyecto. No obstante existen otras actividades no críticas, cuyo margen es reducido, y por tanto deben vigilarse con atención análoga. En nuestro caso:

Margen 1 día:  $g, k, n$

Margen 4 días:  $f, j, m, q$

FECHAS MÍNIMAS Y MÁXIMAS DEL PROYECTO: PREPARACIÓN OBRA					
Código Activ.	Duración	Fecha mínima	Fecha máxima	Margen total	Criticidad
a	3	0	0	0	C
b	2	3	3	0	C
c	2	5	5	0	C
d	6	7	23	16	
e	1	7	20	13	
f	10	7	11	4	
g	4	7	8	1	
h	15	7	7	0	C
i	5	8	21	13	
j	5	17	21	4	
k	10	11	12	1	
l	2	22	22	0	C
m	3	22	26	4	
n	10	21	22	1	
p	8	24	24	0	C
q	5	25	29	4	
r	2	32	32	0	C
Duración mínima del proyecto: 34 días laborables					

*Fig. 7.1.5.25 Fechas mínimas y máximas de las actividades del proyecto: PREPARACIÓN DE OBRA*

Hemos determinado las fechas mínimas y máximas mediante un procedimiento tabular (semejante al que utilizan ciertos ordenadores) en el caso en que el proyecto se ha representado en el sistema ROY. A continuación vamos a realizar este cálculo en el supuesto de que el proyecto se ha representado en el sistema PERT. Observemos que realmente lo que hemos hecho ha sido determinar las fechas mínimas y máximas de los vértices del grafo representativo, que en el sistema ROY son las actividades; por tanto, en el sistema PERT, podremos determinar de forma análoga las fechas mínimas y máximas de los vértices, que en dicho caso corresponden a las etapas. Posteriormente, mediante unos cálculos muy simples, podremos pasar de las fechas de las etapas a las fechas de las actividades. Las tablas finales de cálculo de las fechas mínimas y máximas en la representación PERT son las de las *figuras 7.1.5.26 y 7.1.5.27* respectivamente. El resumen de los resultados se encuentra en la tabla de la *figura 7.1.5.28*.

PROYECTO: PREPARACIÓN DE OBRA						
Código Etapa	Fecha mínima	Precedente inmediata	Fecha mín. de prec. inm.	Código Activ.	Plazo	Suma
P	0	-				
1	3	P	0	a	3	3
2	5	1	3	b	2	5
3	7	2	5	c	2	7
4	22	3	7	h	15	22
5	24	4	22	l	2	24
6	11	3	7	g	4	11
7	21	6	11	k	10	21
8	32	5	24	p	8	32
		7	21	n	10	31
9	17	3	7	f	10	17
10	8	3	7	e	1	8
11	22	9	17	j	5	22
		10	8	i	5	13
12	25	3	7	d	6	13
		11	22	m	3	25
F	34	8	32	r	2	34
		12	25	q	5	30

*Fig. 7.1.5.26* Tabla final para el cálculo de las fechas mínimas del proyecto: *PREPARACIÓN DE OBRA* (sistema PERT)

PROYECTO: PREPARACIÓN DE OBRA						
Código Etapa	Fecha máxima	Siguiente inmediata	Fecha máx. de sig. inm.	Código Activ.	Plazo	Diferencia
P	0	1	3	a	3	0
1	3	2	5	b	2	3
2	5	3	7	c	2	5
3	7	4	22	h	15	7
		6	12	g	4	8
		9	21	f	10	11
		10	21	e	1	20
		12	29	d	6	23
4	22	5	24	l	2	22
5	24	8	32	p	8	24
6	12	7	22	k	10	12
7	22	8	32	n	10	22
8	32	F	34	r	2	32
9	21	11	26	j	5	21
10	21	11	26	i	5	21
11	26	12	29	m	3	26
12	29	F	34	q	5	29
F	34	-				

Fig. 7.1.5.27 Tabla final para el cálculo de las fechas máximas del proyecto: PREPARACIÓN DE OBRA (sistema PERT)

El concepto análogo al de margen lo hemos denominado en el caso de las etapas *huelgo* u *holgura*. Las etapas con huelgo nulo forman parte del camino crítico; en nuestro caso son las etapas:

P - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 8 - F

que están unidas por las actividades que antes hemos denominado críticas (además de éstas pueden existir algunas actividades no críticas situadas entre etapas críticas, aunque esto no ocurre en nuestro caso)

FECHAS MÍNIMAS Y MÁXIMAS DEL PROYECTO: PREPARACIÓN OBRA				
Código Etapa	Fecha mínima	Fecha máxima	Huelgo total	Criticidad
P	0	0	0	C
1	3	3	0	C
2	5	5	0	C
3	7	7	0	C
4	22	22	0	C
5	24	24	0	C
6	11	12	1	
7	21	22	1	
8	32	32	0	C
9	17	21	4	
10	8	21	13	
11	22	26	4	
12	25	29	4	
F	34	34	0	C
Duración mínima del proyecto: 34 días laborables				

Fig. 7.1.5.28 Fechas mínimas y máximas de las etapas del proyecto: PREPARACIÓN DE OBRA

Para obtener las fechas de las actividades a partir de las de las etapas debemos tener en cuenta dos hechos:

- Una actividad no puede comenzar antes de la fecha mínima de su etapa anterior.
- Una actividad debe terminar antes de la fecha máxima de su etapa posterior o siguiente.

por consiguiente considérese tal como se ha representado en la *fig. 7.1.5.29* la actividad *i* situada en la representación PERT entre las etapas A y S. Sean:

$t_A$  ,  $t_S$ : las fechas mínimas de las etapas A y S respectivamente

$T_A$  ,  $T_S$ : las fechas máximas de las etapas A y S respectivamente

$t_i$ ,  $T_i$ ,  $d_i$ : la fecha mínima, la fecha máxima y la duración de la actividad *i*

deben cumplirse las siguientes relaciones:

$$t_i = T_A$$

$$T_i = T_S - d_i$$

que nos permiten pasar de las fechas de las etapas a las de las actividades. En nuestro caso partiendo de los resultados de la tabla de la *figura 7.1.5.28* y aplicando las fórmulas llegaríamos de nuevo a los valores de la tabla de la *figura 7.1.5.25*, como es lógico.

### 7.1.5.3.1 Cálculo de las fechas mínima y máxima sobre el grafo

Una posibilidad, sólo utilizable en el caso de proyectos de pequeña envergadura, consiste en determinar directamente sobre el grafo los valores de las fechas mínima y máxima de cada vértice del mismo. Para ello hemos preparado el grafo PERT del problema FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO en la forma de la *figura 7.1.5.30*, donde cada vértice, representado por un círculo, se ha dividido en 4 partes mediante una "X". En la parte superior hemos inscrito el número o código del vértice. Las dos centrales están destinadas a las fechas, la mínima a la izquierda y la máxima a la derecha, la inferior al huelgo. Inicialmente sólo conocemos la fecha mínima de la etapa inicial, en este caso la etapa 1, que es 0. El procedimiento que seguiremos consiste en las tres fases siguientes:

- *Fase 1: Determinación de la fecha mínima de todos los vértices.* Para ello analizaremos los arcos que llegan a cada vértice; si se conoce ya la fecha mínima de todos los vértices anteriores, podemos evaluar la fecha en que se alcanzará el vértice estudiado por cada uno de los caminos o posibilidades (sumando a la fecha del vértice anterior la longitud o duración del arco que llega de él). El mayor de estos valores será la fecha mínima del vértice. La fecha mínima del vértice final será la duración mínima del proyecto.

- *Fase 2: Determinación de la fecha máxima de todos los vértices.* La fecha máxima del vértice final será la duración mínima del proyecto. Analizaremos los arcos que salen de cada vértice; si se conoce ya la fecha máxima de todos los vértices siguientes, podemos evaluar la fecha en que debe alcanzarse el vértice estudiado para cumplir con la fecha final del proyecto por todos los caminos o posibilidades (restando de la fecha máxima del vértice siguiente la longitud o duración del arco que va a él). El menor de estos valores será la fecha máxima del vértice. La fecha máxima del vértice inicial debe coincidir con la mínima del mismo.
- *Fase 3: Determinación de los huelgos.* Para cada vértice restamos la fecha mínima de la fecha máxima. Los vértices con huelgo nulo son críticos.

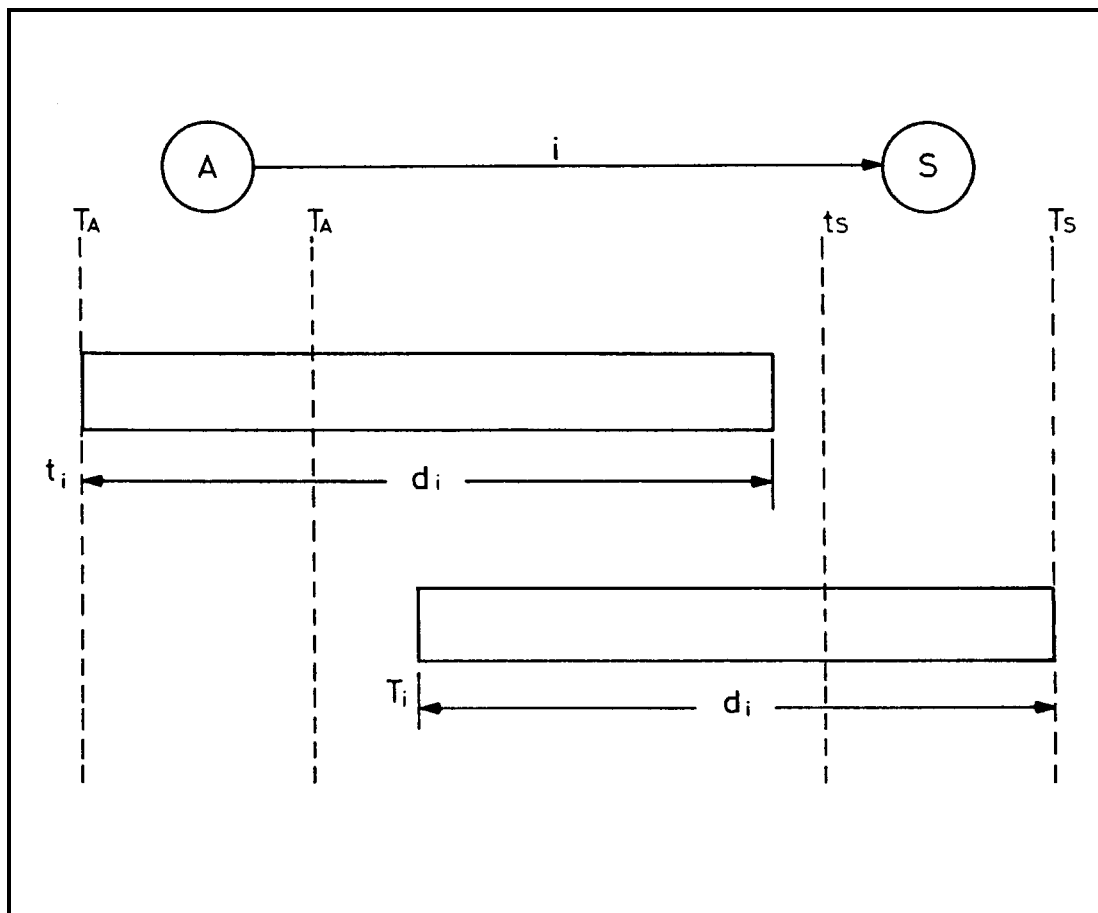


Fig. 7.1.5.29 Comparación de las fechas mínimas y máximas de etapa con las de actividad (Representación PERT)

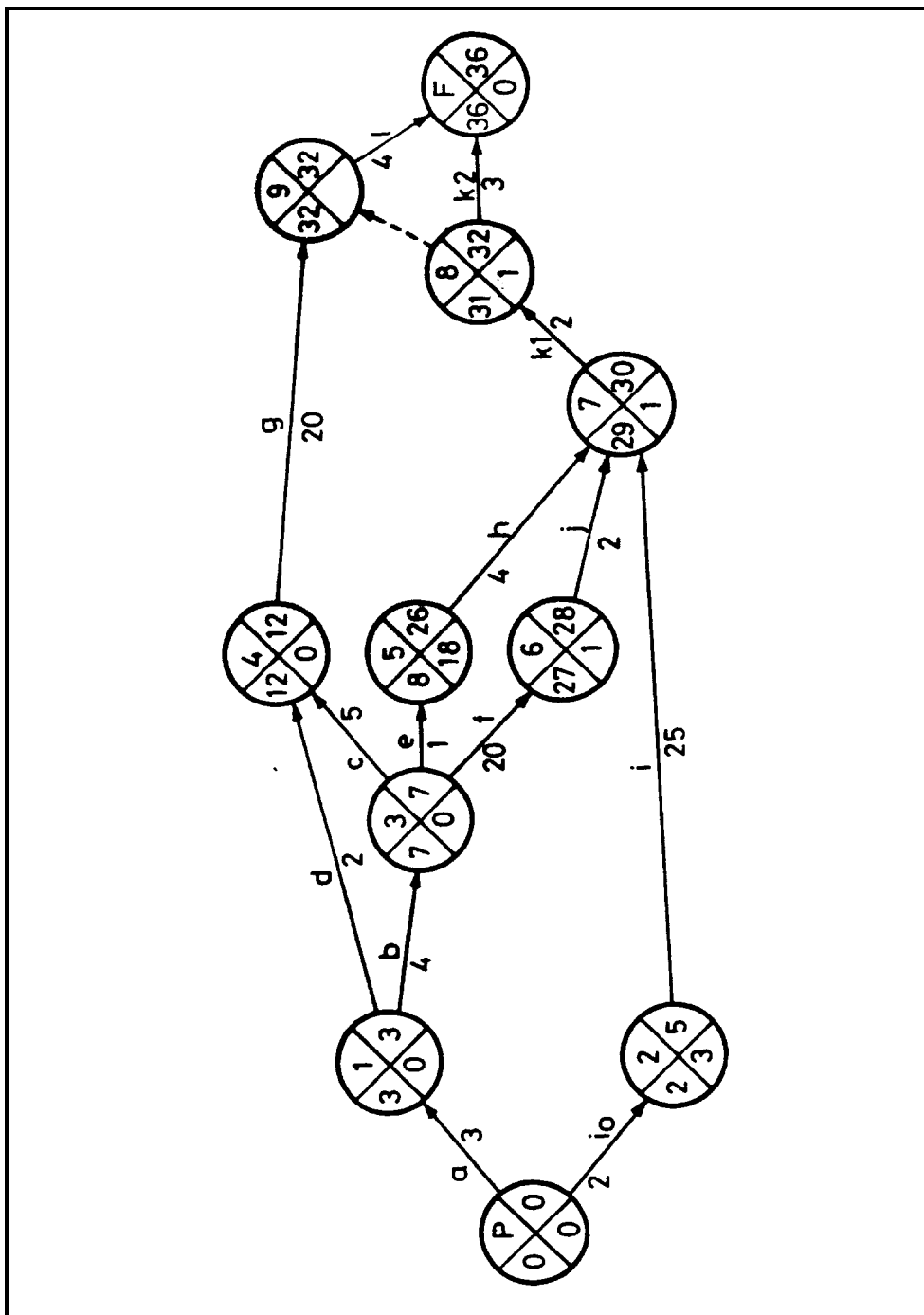


Fig. 7.1.5.30 Cálculo directamente sobre el grafo de las fechas mínimas y máximas en el proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO (Representación PERT)

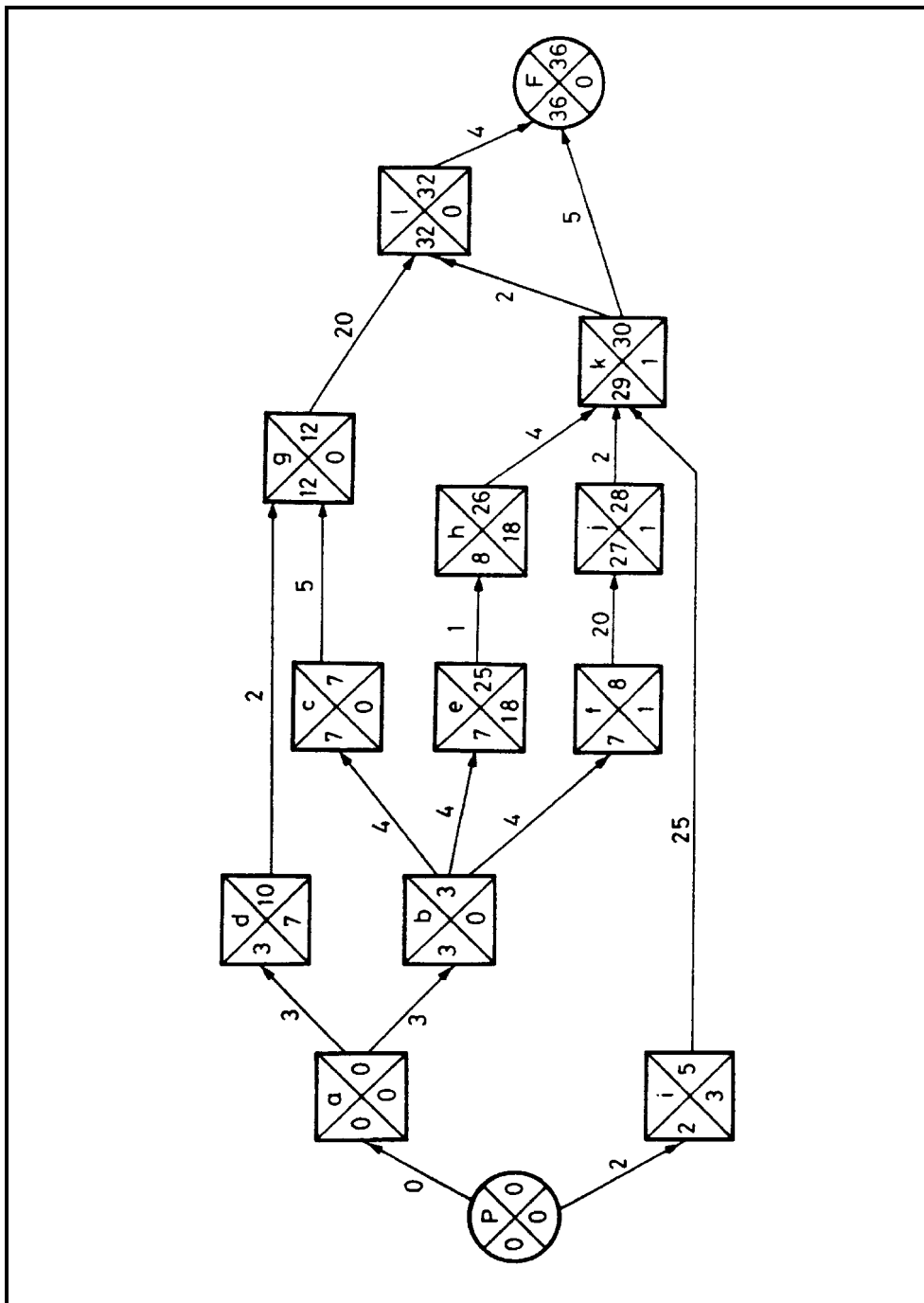


Fig. 7.1.5.31 Cálculo directamente sobre el grafo de las fechas mínimas y máximas en el proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO (Representación ROY)



Puede comprobarse fácilmente que el procedimiento descrito coincide plenamente con el tabular que hemos utilizado anteriormente. La *figura 7.1.5.30* muestra la situación final para nuestro problema FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO. El mismo procedimiento puede utilizarse a partir de la representación ROY, y salvo que los resultados son las fechas mínimas y máximas, y los márgenes totales de las actividades, no existe modificación apreciable alguna. La *figura 7.1.5.31* muestra la situación final en el mismo problema.

### 7.1.5.3.2 Cálculo de las fechas mínimas y máximas mediante ordenador

En el caso de utilizar un ordenador para la realización de los cálculos anteriores, nuestra problemática se reducirá a conocer la forma de comunicar los datos al ordenador (y por tanto del tipo de representación de proyectos para el que se ha preparado el lógico utilizado) que estará ligada con la forma en la que el ordenador nos comunicará los resultados. La *figura 7.1.5.32* muestra los resultados del proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO obtenidos mediante el lógico PERT006.

### 7.1.5.3.3 Concepto de margen

Ya hemos indicado que la diferencia entre la fecha máxima y la mínima de comienzo de una actividad nos proporciona el margen total de la misma.

Sin embargo en la representación PERT caben otros conceptos de margen, cuyos valores referidos al proyecto PREPARACIÓN DE OBRA hemos resumido en la tabla de la *figura 7.1.5.34*. Para definir los conceptos utilizaremos la siguiente nomenclatura (véase la *figura 7.1.5.33*):

$d_i$ : duración de la actividad  $i$

$t_A, T_A$ : fechas mínima y máxima de la etapa anterior de la actividad

$t_S, T_S$ : fechas mínima y máxima de la etapa posterior de la actividad

Como ya se ha indicado:

MARGEN TOTAL:  $MT_i = T_S - t_A - d_i$

Los conceptos que añadimos son:

MARGEN LIBRE  $ML_i = t_S - t_A - d_i$

MARGEN INDEPENDIENTE:  $MI_i = \max \{0, t_S - T_A - d_i\}$

MARGEN CONDICIONAL:  $MC_i = T_S - T_A - d_i$

PERT006							
** PROYECTO: ENVASADO **      FECHA: 08-11-1993 HORA: 13:13:47							
RESULTADOS NÚMERO DE ACTIVIDAD							
NÚM.	ACTIVIDAD	DENOMINACIÓN	DUR.	FECHA		MARGEN	
				MÍN.	MÁX.		
1	A	ESTUDIO-PREVIO	3	0	0	0	**CRIT**
2	B	DISEÑO-ENVASE	4	3	3	0	**CRIT**
3	C	DISEÑO-ETIQUETA	5	7	7	0	**CRIT**
4	D	ELEC-IMPRESA	2	3	10	7	
5	E	DISEÑO-SIS-CIER	1	7	25	18	
6	F	FABRIC-ENVASES	20	7	8	1	
7	G	IMPRES-ETIQUETA	20	12	12	0	**CRIT**
8	H	FAB-SIS-CIERRE	4	8	26	18	
9	I <sub>0</sub>	PLAZO-ENTREGA	2	0	3	3	
10	I	FAB-LÍQUIDO	25	2	5	3	
11	J	ESTERIL-ENVASES	2	27	28	1	
12	K <sub>1</sub>	LLENAD-Y-CIER-1	2	29	30	1	
13	K <sub>2</sub>	LLENAD-Y-CIER-2	3	31	33	2	
14	L	PEGADO-ETIQUETA	4	32	32	0	**CRIT**
***** DURACIÓN DEL PROYECTO: 36 *****							

Fig. 7.1.5.32 Listado de los resultados de la planificación del proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO obtenidos por el paquete informático PERT006

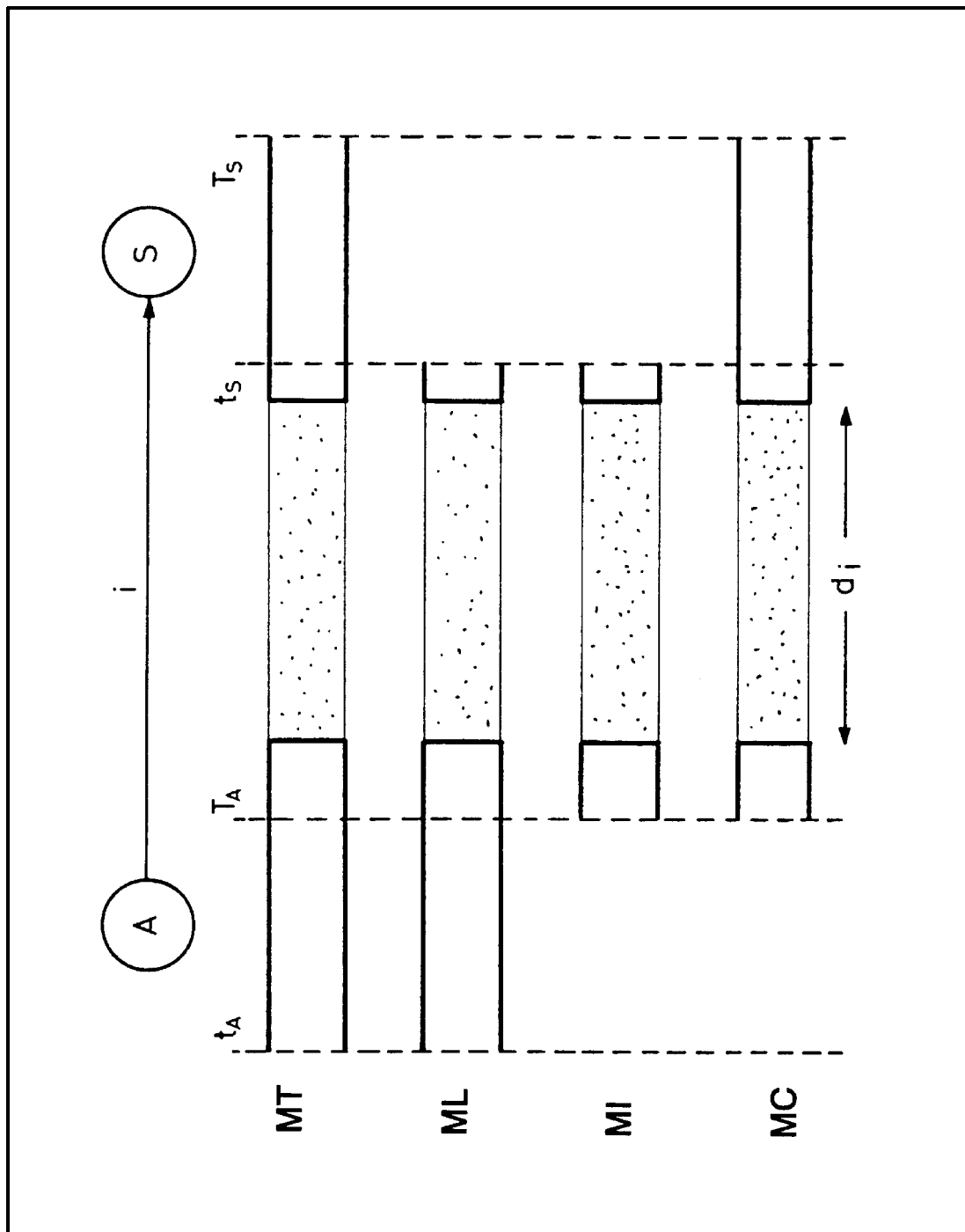


Fig. 7.1.5.33 Esquema intuitivo de los diversos conceptos de margen (Representación PERT)

MÁRGENES DEL PROYECTO: PREPARACIÓN DE OBRA							
Código Activ.	Duración	Fecha mínima	Fecha máxima	Margen Total	Margen Libre	Margen Indep.	Margen Condic.
a	3	0	0	0	0	0	0
b	2	3	3	0	0	0	0
c	2	5	5	0	0	0	0
d	6	7	23	16	12	12	16
e	1	7	20	13	0	0	13
f	10	7	11	4	0	0	4
g	4	7	8	1	0	0	1
h	15	7	7	0	0	0	0
i	5	8	21	13	9	0	0
j	5	17	21	4	0	0	0
k	10	11	12	1	0	0	0
l	2	22	22	0	0	0	0
m	3	25	29	4	0	0	0
n	10	21	22	1	1	0	0
p	8	24	24	0	0	0	0
q	5	25	29	4	4	0	0
r	2	32	32	0	0	0	0

Fig. 7.1.5.34 Márgenes total, libre, independiente y condicional de las actividades del proyecto PREPARACIÓN DE OBRA

El *margen total* es el excedente de tiempo de que dispone (teóricamente) una actividad tomando para su uso propio todo el tiempo disponible tanto hacia delante como hacia atrás, y por consiguiente la decisión de utilizar dicho excedente de tiempo para una actividad normalmente presupone restringir las posibles utilidades de margen por parte de otras actividades, anteriores y posteriores. Si una actividad, debido a retrasos o a realizarse con ritmo menor del previsto, utiliza parte de su margen total, el proyecto no se retrasa forzosamente pero las actividades posteriores pueden ver mermado o incluso anulado su margen total (con lo que se convertirían en críticas). El margen total está para hacer frente a los incidentes, pero no para ser utilizado indiscriminadamente. Si no existe una conciencia clara de este hecho puede ser peligroso dejar conocer a los responsables de la ejecución de las actividades su margen total, pues debido a estas repercusiones indicadas, si todos intentan hacer uso de él, consumirán varias veces el margen realmente existente y el proyecto se retrasará.

El *margen libre* indica el excedente de tiempo de que dispone la actividad si todo el proyecto se desarrolla siguiendo la prudente política de iniciar (y terminar) las actividades en su fecha mínima. Dentro de dicha política una actividad puede utilizar además de su duración el margen libre sin que se produzcan conflictos, sin embargo un análisis más profundo del tema nos lleva a ver que dada la forma de cálculo el margen libre, que de hecho está asociado o pertenece normalmente a un camino más que a una actividad, matemáticamente sólo aparece en la última actividad de dicho camino, por lo que parece injusta la asignación a esta única actividad. En nuestro caso la actividad  $n$  posee un margen libre de 1 día, pero si observamos el grafo PERT correspondiente al proyecto nos daremos cuenta de que realmente las tres actividades:  $g$ ,  $k$  y  $n$  constituyen un camino *al que en conjunto debería asignarse dicho margen libre* (si substituyéramos estas tres actividades por una sola, de duración suma de las tres duraciones, 24 días, tendría el mismo margen libre indicado, 1 día).

El *margen independiente* es un excedente de tiempo que, de existir, puede ser utilizado por la actividad sin que cause ninguna repercusión, en ningún sentido. Dado que no es obligatorio que la fecha mínima de la etapa posterior difiera en más de la duración de la actividad de la fecha máxima de la etapa anterior (la diferencia puede incluso ser negativa), hemos introducido en la definición una salvaguarda, para que no aparezcan márgenes negativos (difíciles de comprender). En nuestro caso sólo la actividad  $d$  tiene margen independiente, considerable por demás, ya que es el doble de su duración, lo que en otro contexto podría animarnos a reducir los recursos asignados a  $d$ , pues realizar dicha actividad en sólo 6 días no aporta ninguna ventaja al proyecto.

El *margen condicional* puede considerarse el concepto simétrico del margen libre, y es el excedente de tiempo que poseen las actividades si la realización se efectúa siguiendo la política imprudente (pero no tan infrecuente como sería de desear) de realizar las actividades lo más tarde que se pueda sin perjudicar la duración total del proyecto. Sirven

aquí las matizaciones realizadas respecto a la asignación del margen a los caminos. En efecto, considerando de nuevo el camino formado por las actividades  $g$ ,  $k$  y  $n$ , vemos ahora que el día de margen aparece en la actividad  $g$ , la primera, cuando el fenómeno a que corresponde es del mismo tipo que el considerado antes. De hecho podríamos llegar a un concepto similar al de "margen independiente de caminos" combinando el margen libre y el condicional, aunque para problemas más voluminosos la simple observación no sea una vía demasiado fiable para llegar a conclusiones.

Cuando el margen total es nulo lo son también todos los demás y la actividad es crítica. Si el margen libre o el margen condicional son nulos también lo es el margen independiente. Realmente la relación existente es más fuerte que la relativa a la anulación:

- El margen libre y el margen condicional de cada actividad no pueden ser mayores que su margen total.
- El margen independiente de cada actividad no puede ser mayor que su margen libre o que su margen condicional.

$$MT \geq ML \geq MI \qquad MT \geq MC \geq MI$$

El conjunto de las actividades críticas determinan uno o varios caminos críticos que unen el inicio del proyecto con el fin, y que determinan su duración total. Puesto que en ciertas circunstancias un margen no nulo pero reducido es equivalente a la criticidad, por cuanto la vigilancia sobre la actividad correspondiente para evitar retrasos en la misma debe ser máxima, puede utilizarse el concepto de caminos subcríticos, y extraerse del grafo (PERT o ROY) el subgrafo constituido por los caminos críticos y subcríticos (margen inferior a una cantidad dada) para proceder a dicha vigilancia. Naturalmente, los retrasos cambian la relación de criticidad de las actividades, y por consiguiente si la no vigilancia o consideración especial de una actividad conduce a un retraso fatal de la misma, se logrará que a medida que avanza la realización del proyecto todas las actividades se conviertan en críticas (como ocurre en la conocida historia incluida en el ANEXO sobre la construcción del Arca de Noé con métodos de gestión modernos, en la que se olvidan en la expedición las parejas de jirafas y de elefantes, dado que su captura no forma parte del camino crítico).

#### 7.1.5.3.4 Cálculo de las fechas con ligaduras negativas

En la representación ROY, y asociadas a las ligaduras de sucesión máxima (o de localización temporal máxima), aparecen arcos con valor negativo y lo que es peor circuitos en el grafo, lo que impide la utilización de los procedimientos anteriores para el cálculo de las fechas.

Téngase presente que formalmente el problema de hallar las fechas (mínimas o máximas) es equivalente a la determinación de los caminos máximos en un grafo, y que el procedimiento utilizado corresponde al algoritmo de BELLMAN-KALABA aplicado al caso en el que pueden establecerse niveles en los vértices del grafo (o asociarse una función ordinal a dichos vértices) lo que exige que en el grafo no haya ni bucles ni circuitos. No obstante existen otros procedimientos para la determinación de los caminos máximos tales como el algoritmo general de BELLMAN-KALABA, el algoritmo de FORD, etc. Estos procedimientos son iterativos y no de un sólo paso, como el indicado, pero resultan muy adecuados para el tratamiento en un ordenador o PC de las características vigentes actualmente. De hecho el establecimiento de los niveles o de la función ordinal antes indicada exige también un procedimiento iterativo y recordamos que en 1965 las aplicaciones PERT en algunos ordenadores con poca capacidad de memoria exigían que el grafo estuviese definido de tal forma que todas las actividades tuvieran un número de etapa inicial menor que el número de etapa final, precisamente para evitar la determinación de los niveles.

En cualquier caso la existencia de las fechas mínima y máxima exigen que el grafo no posea ningún circuito de valor estrictamente positivo, que por otra parte corresponde a un error lógico (querer terminar las cosas antes de empezarlas). Se podrán consultar los procedimientos aludidos en cualquier texto orientado a la búsqueda de caminos extremos en grafos.

#### 7.1.5.4 Subproductos

Una vez realizados los cálculos anteriores pueden obtenerse los siguientes documentos como subproductos, incluso automáticamente en el ordenador que se haya utilizado, si, en su caso, se ha introducido la información suplementaria pertinente:

- *Diagrama de GANTT de la realización del proyecto*, en el supuesto de que todas las actividades se inician lo más pronto posible y no van a producirse retrasos. En dicho diagrama puede utilizarse algún procedimiento gráfico especial para indicar los márgenes (véase la *fig. 7.1.5.35* correspondiente al proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO). Puesto que el orden en que se disponen las actividades en el diagrama puede adaptarse a los objetivos del mismo, una variante útil del diagrama de GANTT, coherente con las últimas preocupaciones del apartado anterior relativas a la criticidad de las actividades y caminos consiste en ordenar verticalmente las actividades por margen creciente (véase la *figura 7.1.5.36* relativa al proyecto PREPARACION OBRA). Tanto en un caso como en el otro el diagrama puede resultar muy voluminoso si se refiere a proyectos con gran número de actividades, lo que conducirá seguramente a la selección de una parte de los mismos para su empleo concreto (por ejemplo, la selección temporal de las actividades a realizar más próximamente en el futuro en los GANTTs clásicos, o de las actividades más críticas en los GANTT-margen).

- Las curvas de carga de los diferentes recursos que intervienen en el proyecto, en la misma suposición de que las actividades empiezan lo más pronto posible y no se producen retrasos. Para ello es necesario que a cada actividad se le hayan asociado las cantidades de recursos necesarios para su realización (cantidad que inmoviliza durante toda la duración de la misma). En dicha situación sólo es necesario efectuar una suma respecto a todas las actividades que se están realizando en un momento dado.
- Un calendario de pagos, también en la misma suposición respecto a la fecha de comienzo de las actividades; para ello es preciso que en la entrada de datos las actividades se asocien a pagos (puntuales ligados a su comienzo o a su fin, o distribuidos a lo largo de su ejecución) y se realicen unas sumas (valores instantáneos y valores acumulados).

#### 7.1.5.5 Consideración de duraciones aleatorias

El método PERT fue diseñado para la planificación, la programación y sobre todo el control de proyectos muy complejos e inéditos, desarrollados bajo el impulso de la administración de los Estados Unidos. En dichos proyectos, al no existir antecedentes en los que basarse, existía una gran incertidumbre sobre los plazos, que sólo podían evaluarse mediante estimaciones subjetivas. Ante tal circunstancia se procedió a utilizar un procedimiento, ya desarrollado en la previsión tecnológica, basado en las líneas siguientes:

- En primer lugar se obtiene de los expertos tres estimaciones de la duración de cada actividad, la pesimista, la optimista y la normal.
- A partir de estas estimaciones se determina la duración esperada (valor medio) de la duración de la actividad, así como la variancia de la misma.
- Las fechas mínimas y máximas se determinan de forma análoga a lo visto hasta ahora, asignando a las actividades la duración esperada, la duración total del proyecto obtenida es una duración esperada (media).
- Para calcular la variancia de dicha duración se suman las variancias de las actividades que forman el camino crítico.
- Suponiendo que el camino crítico está formado por muchas actividades, se procede a utilizar el teorema central del límite, y se concluye que la distribución de la duración del proyecto se adaptará a una ley normal.
- Tomando valores de las tablas de la ley normal, se pueden determinar intervalos de confianza de la duración (por ejemplo, afirmar que en el 95% de los casos la duración estará comprendida entre la media menos 1'96 veces la desviación tipo y la media más 1'96 veces la desviación tipo).







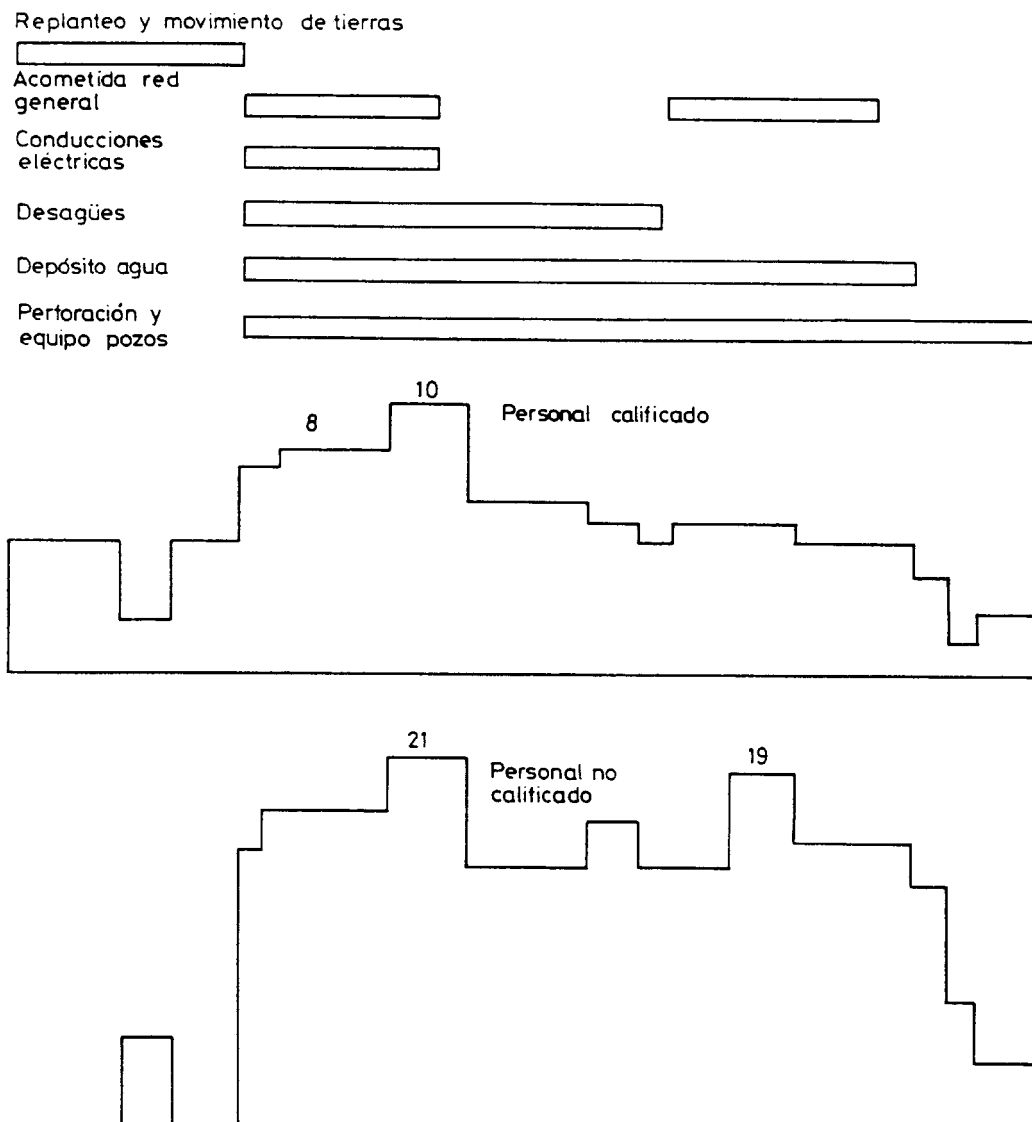


Fig. 7.1.5.37 Curvas de carga del proyecto PREPARACIÓN DE OBRA

PERT006					
** PROYECTO: ENVASADO **      FECHA: 08-11-1993 HORA: 13:16:04					
CURVAS DE CARGA Y CALENDARIO DE PAGOS					
PERIODO	RECURSO A	RECURSO B	RECURSO C	PAGO	PAGO ACUMULADO
1	1	0	0	2	2
2	1	0	0	2	4
3	1	1	0	53	57
4	2	1	0	5	62
5	2	1	0	5	67
6	1	1	0	3	70
7	1	1	0	3	73
8	2	2	0	106	179
9	1	3	0	15	194
10	1	3	0	5	199
11	1	3	0	5	204
12	1	3	0	5	209
13	0	2	0	2	211
14	0	2	0	2	213
15	0	2	0	2	215
16	0	2	0	2	217
17	0	2	0	2	219
18	0	2	0	2	221
19	0	2	0	2	223
20	0	2	0	2	225
21	0	2	0	2	227
22	0	2	0	2	229
23	0	2	0	2	231
24	0	2	0	2	233
25	0	2	0	2	235
26	0	2	0	2	237
27	0	2	0	2	239
28	0	1	0	1	240
29	0	1	0	1	241
30	0	1	0	1	242
31	0	1	0	1	243
32	0	1	0	21	264
33	0	2	0	2	266
34	0	2	0	2	268
35	0	1	0	1	269
36	0	1	0	1	270

Fig. 7.1.5.38 Curvas de carga y calendario de pagos del proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO obtenido por el paquete PERT006

Sea:

$d_p$ : *Duración pesimista*, la duración que tendrá la actividad si se presentan todas las dificultades posibles e imaginables para su desarrollo, o alternativamente, un valor tal que estaríamos dispuestos a apostar 1000 a 1 que no será superado por la duración real de la actividad.

$d_o$ : *Duración optimista*, la duración que tendrá la actividad si todo va bien y no se presenta ninguna dificultad, o alternativamente, un valor tal que estaríamos dispuestos a apostar 1000 a 1 que la duración real no será inferior.

$d_n$ : *Duración normal*, la duración que tendrá la actividad si las cosas ocurren normalmente, es decir, con su proporción habitual de dificultades, o alternativamente, el valor que creemos que tiene más probabilidades de coincidir con la duración real.

A partir de dichos valores podemos imaginar que la distribución de la duración de la actividad se adapta a una ley del tipo de la representada en la *figura 7.1.5.39*, que se asemeja a la distribución teórica conocida como "ley beta". Los valores adoptados para la duración esperada y su variancia son:

$$d_E = \frac{d_o + 4 \cdot d_n + d_p}{6}$$

variancia:  $\sigma_d^2$

$$s_d = \frac{d_p - d_o}{6}$$

El procedimiento es interesante pero tiene diversos defectos:

- La base teórica es endeble:

- \* Nada justifica que una duración real se distribuya según una distribución  $\beta$  (u otra) definida por estimaciones de dicha duración, no se trata de un fenómeno repetitivo, además no existen distribuciones  $\beta$  con la estructura señalada de media y variancia (salvo que  $d_o$ ,  $d_n$  y  $d_p$  estén correlacionadas).
- \* El teorema central del límite (y previamente el cálculo de la variancia como suma de variancias) exige que los valores aleatorios de los diversos sumandos sean independientes entre sí, lo cual no es aceptable en un proyecto, salvo que no existiera gestión alguna del mismo.
- \* Aun cuando un camino dado del proyecto tuviese una duración distribuida según una ley normal, la duración del proyecto puede separarse de dicha distribución por cuanto

resulta de la duración del camino más largo (que no tiene que ser el mismo en todos los casos).

- Bastante difícil es obtener una estimación de las duraciones, cuanto más tres, independientes.

Por ello creemos mucho más útil para hacer frente a la incertidumbre existente en un proyecto, del tipo de los que suelen darse en los ambientes industriales, la realización de revisiones frecuentes del mismo que el apoyarse en cuestiones probabilísticas delicadas, de manejo difícil.

No obstante, dado el atractivo del procedimiento, ya que la pseudociencia se acerca a la magia, el esquema de las tres estimaciones es uno de los aspectos más populares del método PERT.

#### 7.1.5.6 Programa de cálculo de las fechas mínimas y máximas

En la *figura 7.1.5.41* se ha reproducido una subrutina que permite el cálculo de fechas mínimas y máximas en el grafo de un proyecto y que está especialmente adaptada a la representación ROY. Deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos:

1. El número de vértices es  $n + 2$  numerados de 0 a  $n + 1$ . El vértice 0 es el único inicial (P) al que se le asignará la fecha 0; el vértice  $n + 1$  es el único vértice final, al que se le asignará como fecha la duración mínima del proyecto. No se realiza ninguna comprobación al respecto, ni de que el grafo es conexo, ni de que no contiene circuitos. De hecho el procedimiento admite ligaduras negativas, por lo que los circuitos no admisibles son los de valor positivo. Todas estas comprobaciones, si se consideran necesarias, deberían realizarse en otro módulo.
2. Las ligaduras se indican mediante la matriz  $d(i,j)$ . Un valor especial "nolig" en la casilla  $(i,j)$  indica que no existe ligadura dirigida de  $i$  a  $j$ . Este valor deberá definirse al construir la matriz (puede ser 0, 100 o -99) de forma que no pueda confundirse con el valor asociado a una ligadura. Una matriz es una forma ineficiente, aunque cómoda, de representar esta información, dado que muchas casillas estarán ocupadas por "nolig" y por consiguiente son una ocupación de espacio inútil. El lector puede adaptar el algoritmo a otras formas más eficientes de disponer la información.
3. Las fechas mínimas se guardan en el vector  $f1(.)$  y las máximas en el  $f2(.)$ ; la duración mínima del proyecto en  $dproy$ .

El lector podrá construir un programa de entrada de datos e impresión de resultados que utilice la subrutina. Está escrita en QUICKBASIC pero es fácilmente adaptable a cualquier otro lenguaje.

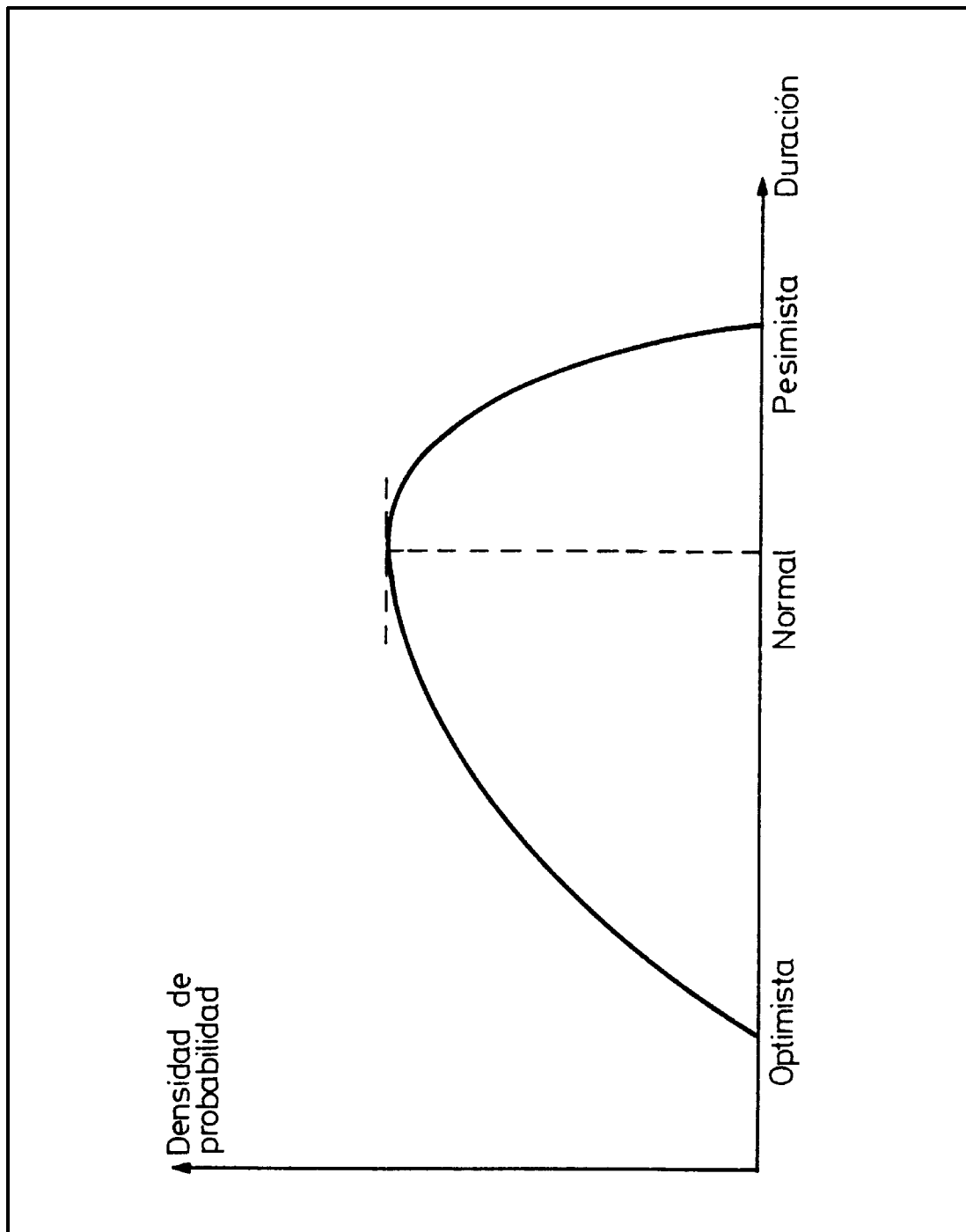


Fig. 7.1.5.39 Ley de distribución BETA de las duraciones y situación de las duraciones optimista, normal y pesimista

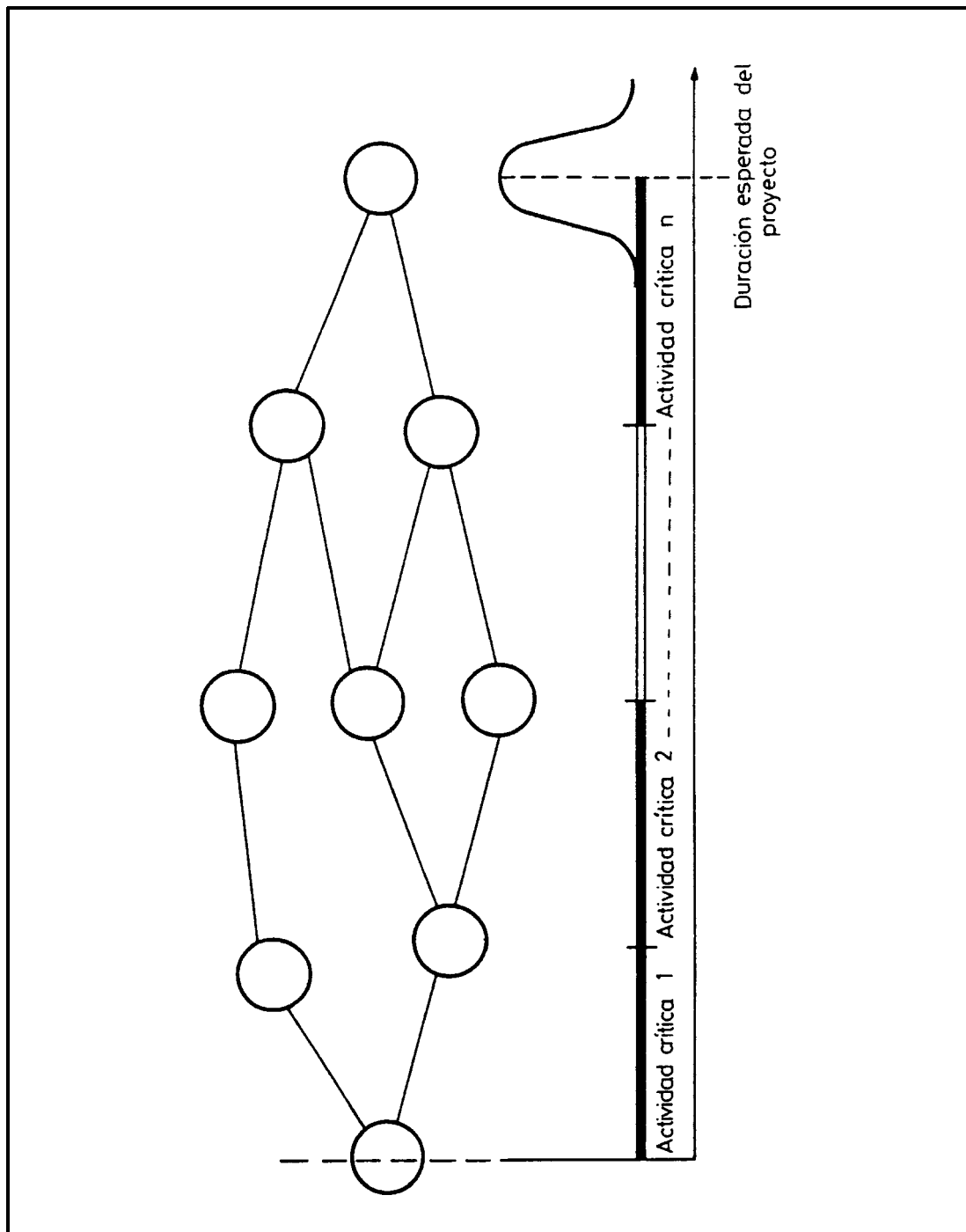


Fig. 7.1.5.40 Suposición de base al aplicar el teorema central del límite y considerar la duración del proyecto distribuida según una ley normal



```

'SUBROUTINA FECHAROY
'
'determinación de fechas mínimas y máximas en el sistema ROY
' n es el número de actividades, el vértice P es el O y el F
' el nm1 = n + 1
'd(i,j) es la matriz de precedencias, si entre i y j no existe
'precedencia en la casilla correspondiente hay el valor nolig
'f1(i) contendrá la fecha mínima y f2(i) la máxima
'dproy la duración mínima del proyecto
'
FOR i = 0 TO f1(i) = 0: NEXT i
alfa = 1
WHILE alfa = 1
  alfa = 0
  FOR i = 1 TO nm1
    FOR j = 0 TO nm1
      IF d(j, i) <> nolig THEN
        IF f1(i) < f1(j) + d(j, i) THEN
          f1(i) = f1(j) + d(j, i)
          alfa = 1
        END IF
      END IF
    NEXT j
  NEXT i
WEND
dproy = f1(nm1)
FOR i = 0 TO nm1: f2(i) = dproy: NEXT i
alfa = 1
WHILE alfa = 1
  alfa = 0
  FOR i = 1 TO n
    FOR j = 0 TO nm1
      IF d(j, i) <> nolig THEN
        IF f2(i) > f2(j) - d(i, j) THEN
          f2(i) = f2(j) - d(i, j)
          alfa = 1
        END IF
      END IF
    NEXT j
  NEXT i
WEND

```

Fig. 7.1.5.41 Subrutina de cálculo de fechas mínimas y máximas en el sistema ROY

### 7.1.6 Determinación de un calendario compatible con restricciones relativas a los recursos

Los problemas acumulativos son aquéllos en los que, además de las ligaduras potenciales, aparecen explícitamente las acumulativas. Una de las principales responsabilidades de un Jefe de Proyecto es la utilización eficiente de los recursos que le han sido confiados para la realización del mismo, y estos recursos suelen ser limitados, cuando no claramente escasos. Entendemos por recursos todos aquellos bienes que requiere la realización de un Proyecto y que son susceptibles de medirse en unidades físicas: el dinero, la mano de obra en sus distintas especialidades, la maquinaria, las materias primas, el espacio, etc. Para la dirección del Proyecto la disponibilidad de recursos es un factor esencial en la fijación de los objetivos y en la planificación y el control del progreso del Proyecto. La mayor parte del esfuerzo de dirección se orienta hacia la correcta y eficiente distribución de los recursos para alcanzar los objetivos propuestos en la forma más eficiente.

Las técnicas del camino crítico en sus primeras versiones no incluían consideraciones explícitas referentes a los recursos, lo que puede ser atribuido a diferentes motivos:

- La consideración explícita de la gestión de recursos complica extraordinariamente el problema.
- Los primeros proyectos considerados eran de índole muy especial, desarrollados a iniciativa de un cliente también muy especial. El proyecto Polaris interesaba a la defensa y a la estrategia política y militar de los Estados Unidos, por consiguiente se trataba de un proyecto de prioridad absoluta en el que el único factor importante era la duración; y todos los recursos que podían manejarse desde la Administración de los Estados Unidos (que no son pocos) estaban a la disposición del proyecto.

La situación en la mayoría de los proyectos industriales no es tan favorable. Los recursos de que se dispone están limitados y tienen un coste que conviene reducir todo lo posible. Por consiguiente las técnicas que consideran únicamente las ligaduras tecnológicas o potenciales, si bien proporcionan una información muy útil y valiosa, no constituyen por sí mismas un modelo completo de la realidad que se pretende reflejar.

Como ya se ha señalado anteriormente la consideración únicamente de las ligaduras potenciales en un Proyecto significa que la asignación de recursos a las diferentes actividades del mismo (paso previo en la mayoría de los casos para poder estimar su duración) se ha realizado "a priori". Existe una anécdota ilustrativa atribuida al filósofo cínico griego Diógenes. Cuando estaba un día tranquilamente meditando en su tonel un caminante le preguntó cuánto tardaría en llegar a Atenas y recibió por respuesta "¡Anda!". Pensando que se trataba de un loco o un débil mental el caminante se alejó, es de suponer que apresuradamente, y cuando ya estaba a cierta distancia oyó que Diógenes le gritaba "A este paso dos horas".

Esta asignación inicial de recursos puede ser explícita o implícita, obedecer a las costumbres existentes en cuanto a la realización de las actividades o bien resultado de una reflexión profunda sobre cómo es conveniente realizarlas. Sin embargo, una vez calculadas las fechas mínima y máxima de las actividades y la duración mínima del Proyecto dicha asignación puede ser puesta en duda. Boss señala que en la construcción de un bloque de edificios para cuya programación se utilizó el PERT, una de las actividades críticas resultó ser la colocación de los balcones: "Esto se debe -dijo el responsable- a que he destinado un solo equipo a este trabajo, pero si es crítico pondré dos". El mismo autor explica que al analizar otro Proyecto se habían definido varias actividades de dibujo de planos y una de ellas duraba mucho más que las otras; preguntado el responsable dijo "Este plano lo va a hacer Fulanito, y su mujer dará a luz durante su realización, con lo que se tomará algunos días libres y tardará más". Aquí el responsable además de la asignación de recursos había hecho una preplanificación; cabe preguntarse cuál era su confianza en el PERT.

Concretamente pueden darse las siguientes circunstancias después de planificar un Proyecto teniendo en cuenta únicamente ligaduras potenciales:

- 1) La duración mínima del Proyecto es demasiado grande para poder alcanzar con el mismo los objetivos en tiempo oportuno; es conveniente estudiar la forma de reducir la duración. Existen varios procedimientos, por ejemplo limitando el alcance de los objetivos (objetivos más modestos). Un procedimiento será reducir la duración de las actividades críticas y subcríticas, aumentando los recursos destinados a ellas (bien obteniéndolos de las actividades con mucho margen, bien asignando más recursos globales al Proyecto). ¿Cuál es la forma más eficiente de repartir los recursos? ¿Cuál es la forma más eficiente de conseguir que el Proyecto tenga la duración deseada?
- 2) La duración mínima del Proyecto es aceptable o incluso más reducida de lo esperado, pero las curvas de carga muestran que si bien las necesidades medias de recursos son aceptables, en ciertos instantes existen desequilibrios en forma de picos de necesidad en algunos recursos que superan ampliamente las disponibilidades. ¿Cómo establecer un calendario de realización de las actividades que se corresponda a unas curvas de carga que no superen los límites de disponibilidad de los recursos sin aumentar la duración del Proyecto o aumentándola lo menos posible?
- 3) Tanto la duración del Proyecto como las curvas de carga son aceptables; sin embargo los márgenes de las diferentes actividades son muy variables. ¿Conviene trasvasar recursos de las actividades menos críticas a otras actividades o simplemente retirar recursos del Proyecto?

La respuesta a preguntas como las anteriores puede obtenerse habitualmente retocando las asignaciones y duraciones de las actividades, moviendo las actividades dentro de su margen, modificando la lógica del Proyecto en función de posibles cambios en su

realización, etc. y probando si los resultados del programa obtenido con los datos modificados satisfacen mejor nuestros requerimientos. Es un procedimiento de "prueba y error" en dos fases: una que considera únicamente ligaduras potenciales, y que por tanto puede tratarse mediante un ordenador, y otra, menos formalizable y por tanto manual, en la que a la vista de los resultados obtenidos se procede a realizar ciertas modificaciones en las consideraciones relativas a los recursos (asignación, disponibilidad) que repercuten en cambios en el problema potencial, y por tanto a una nueva iteración en el proceso. Esta forma de actuar es muy usual, tanto en el caso que nos ocupa como en la mayoría de los problemas de programación y planificación: la utilización de un procedimiento interactivo, en el que la imaginación y experiencia del operador se combine con la rapidez de cálculo y las facilidades en la presentación y representación de datos del ordenador.

En algunos casos puede recurrirse a procedimientos formalizados que utilicen algún método heurístico, para obtener de una forma más sistemática una primera solución.

#### **7.1.6.1 Planteo general de los problemas acumulativos**

A cada actividad  $i$  del proyecto están asociados unos recursos que necesita para su desarrollo. La utilización por la actividad de un recurso determinado a lo largo del tiempo puede tener un "perfil" variado. Un tipo de perfil adecuado para la mayoría de los casos sería el que corresponde a la *figura 7.1.6.1*, donde aparecen hasta tres niveles diferentes en el consumo del recurso a lo largo del desarrollo de la actividad; sin embargo, en la mayoría de las formalizaciones informáticas se considera un único nivel durante toda la duración de la actividad.

Pueden existir varias modalidades de realización de la actividad, cada una con su correspondiente combinación de recursos y por tanto con una duración diferente. En los procesos interactivos, con intervención del operador humano, la definición de la modalidad (y por tanto del consumo de recursos y de la duración) se realiza manualmente: a la vista de los resultados obtenidos con un supuesto el operador estima la conveniencia de efectuar algunos cambios, y en consecuencia introduce la indicación correspondiente al ordenador (que físicamente puede traducirse por asignar a una actividad un índice que la asocia a unos datos sobre recursos y duraciones previamente almacenados en la base de datos). La elección por parte del ordenador de la modalidad adecuada es de difícil resolución, ya que el tipo de problema a resolver es complejo y generalmente de proceso largo en tiempo. Las realizaciones informáticas usuales limitan la selección de la modalidad a un solo recurso, y generalmente del tipo coste, ya que posee características peculiares dada su clara aditividad.

Suponiendo que hemos asignado a cada actividad una modalidad (aunque sea provisional) de utilización de los recursos, y por tanto una duración, podemos determinar una duración

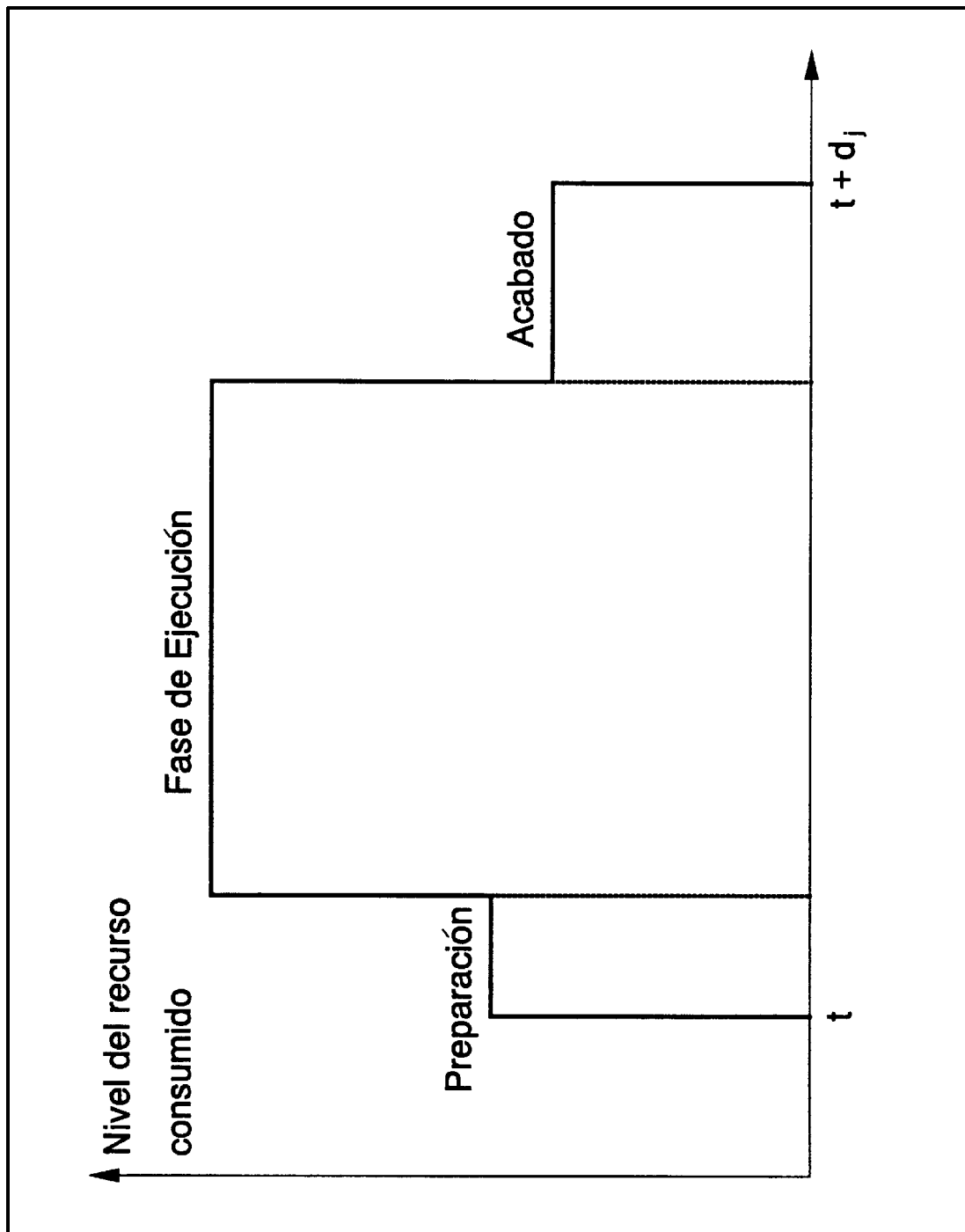


Fig. 7.1.6.1 Perfil típico del consumo de recursos por una actividad

mínima del proyecto y unas fechas mínimas y máximas de cada actividad. Si asignamos a las actividades unas fechas coherentes, comprendidas entre las mínimas y las máximas (por ejemplo las fechas mínimas) podremos determinar unas curvas de carga correspondientes a las necesidades de cada recurso, compatibles con la duración mínima del proyecto. Por otra parte, dadas las disponibilidades de recursos, tendremos una curva de disponibilidad a lo largo del tiempo para cada uno de ellos. Comparando las necesidades con las disponibilidades (*fig. 7.1.6.2*) podemos encontrarnos en la cómoda situación de que se dispone siempre de más recursos de los necesarios, o bien, como es el caso de la figura, que en promedio parece que disponemos de suficientes recursos, pero no están situados en el momento adecuado, existen algunos picos (zona rayada) de necesidades que superan las disponibilidades. La primera pregunta que podemos formularnos es la siguiente: ¿podemos, para eliminar estos superávits, desplazar en el tiempo algunas actividades, utilizando el margen de que disponen, o incluso aumentando ligeramente la duración del proyecto? Y la segunda, ¿es conveniente buscar más recursos para hacer frente a los superávits, el coste de los recursos suplementarios quedará justificado por la realización del proyecto tal como la hemos previsto?

Habitualmente, en las formalizaciones informáticas, la disponibilidad de recursos tendrá un perfil formado por un solo nivel, ya que siempre se dispone de la misma cantidad del recurso.

La clasificación de los problemas acumulativos puede realizarse tomando como base la afectación de recursos, según ésta sea un dato o una de las variables. Ello nos conduce a:

- *Categoría A*: La afectación se ha realizado independientemente "a priori", por tanto se busca un programa que, satisfaciendo las restricciones tecnológicas o potenciales, satisfaga ciertos condicionamientos relativos a los perfiles de las curvas de carga:

*A-1*: Dada la curva de las disponibilidades se desea hallar el programa que, satisfaciendo las ligaduras potenciales y acumulativas, tenga una duración mínima (*problemas de compatibilidad*).

*A-2*: Dada una duración límite admisible del proyecto (no inferior a la mínima, calculada considerando únicamente las ligaduras potenciales), se desea un programa tal que las curvas de carga de los diferentes recursos sean lo más parecidas posible a ciertos perfiles tipo (*problemas de equilibrado*).

- *Categoría B*: Se parte de las ligaduras potenciales, las disponibilidades de recursos y la relación entre las diversas duraciones posibles de cada actividad y sus necesidades de recursos. Se intenta obtener un programa y una afectación de recursos que optimicen un criterio preestablecido de eficiencia (*problemas de asignación de recursos*).

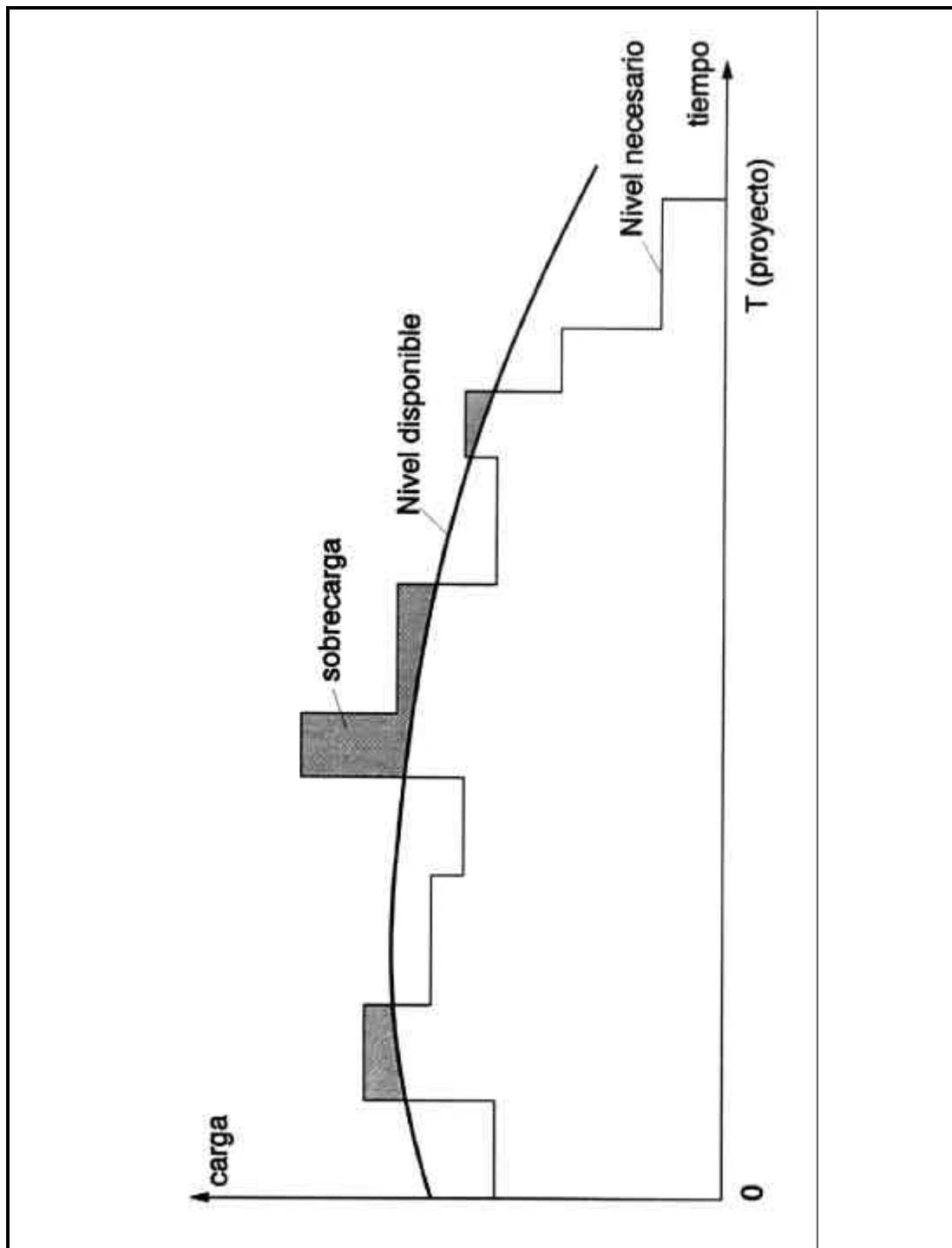


Fig. 7.1.6.2 Comparación de las necesidades de un recurso y las disponibilidades

Debemos resaltar que la clasificación anterior tiene su importancia cuando se relaciona con procedimientos estructurados, normalmente implementados informáticamente. Entonces podemos distinguir entre unos problemas y otros, entre unos paquetes informáticos que tratan un tipo de problemas y los que tratan otros. Para el Jefe de Proyecto no caben estas sutilezas, pues debe enfrentarse permanentemente a toda la problemática, disponga de ayudas informáticas o no.

#### 7.1.6.2 Programa compatible con los recursos

La situación a la que vamos a enfrentarnos es la siguiente:

- En un Proyecto se ha establecido la lista de actividades y de precedencias (ligaduras potenciales).
- A cada actividad se le han asignado unas cantidades determinadas de cada uno de los recursos considerados, en función de las cuales se ha determinado su duración.
- Las disponibilidades globales de dichos recursos a lo largo del tiempo son conocidas, y no pueden realizarse simultáneamente actividades que en conjunto precisen más de uno o varios recursos de los disponibles en este momento para cada una de ellas.

Los recursos considerados son de tipo perecedero, es decir, si no se consumen se pierden (p.ej. plantilla de cada una de las especialidades que interviene en el Proyecto). Por otra parte una actividad necesita dicho recurso (lo "inmobiliza") durante toda su ejecución. Se adoptará el supuesto ya indicado de que el consumo del recurso por una actividad tiene un nivel constante durante toda la duración de la misma. Aunque no es tan imperativo, también supondremos, en general, que la disponibilidad de cada recurso es constante durante toda la duración del proyecto.

Los algoritmos utilizados para la resolución de este tipo de problemas son esencialmente heurísticos, es decir, mediante reglas de sentido común intentan obtener soluciones satisfactorias del problema, tal vez óptimas localmente, pero no necesariamente globalmente. Procedimientos capaces de conducirnos a la solución "óptima" en todos los casos son imaginables en este tipo de problema, pero son mucho más costosos en tiempo y en volumen de memoria del ordenador necesaria para ejecutarlos. Por tanto nos contentaremos con una solución satisfactoria, si no alcanzamos la óptima con el algoritmo heurístico. Describiremos solamente un tipo de algoritmo, el que genéricamente denominamos *Manpower Scheduling*, cuya realización práctica se puede hacer de diversas maneras y con diversos grados de sofisticación.



Los algoritmos de *Manpower Scheduling* consisten esencialmente en realizar una simulación del desarrollo del proyecto a lo largo del tiempo. Para ello parten de los resultados obtenidos resolviendo el problema potencial, las fechas mínimas y máximas de cada actividad. Con ello conocemos las actividades críticas, y podemos clasificar las demás por grado de criticidad en función del margen de que disponen. Este grado de criticidad será utilizado como prioridad en la asignación de los recursos necesarios para que una actividad se ejecute. En la simulación, a lo largo del tiempo, se presentan instantes en los que hay conflictos en la asignación de recursos. No hay recursos para todas las actividades que podrían iniciarse y/o realizarse en este instante. Las actividades no críticas no crean un problema insoluble, pueden retrasarse sin perjudicar la duración total del proyecto, aunque cada día de retraso supone una disminución de un día en su margen (con lo que paulatinamente cada vez es más crítica), así como una posible repercusión en las fechas mínimas de las actividades que la siguen. Si la actividad crítica para la que faltan recursos es crítica, el problema es más grave. Se presentan diversas posibilidades según se suponga o no que una actividad una vez comenzada puede interrumpirse o no, para ceder sus recursos.

Si no hay inconveniente en realizar una actividad por partes, para dar cabida a la actividad crítica se interrumpirá un número suficiente de actividades no críticas en curso de realización a fin de proporcionar los recursos necesarios. Si éste no es el caso, bien que no se puedan interrumpir actividades, bien que no hay actividades no críticas en curso que inmovilicen suficientes recursos, el proyecto sufrirá un aumento en su duración; habitualmente diremos que el proyecto se retrasará.

En el esquema que vamos a describir someramente a continuación supondremos que las actividades pueden interrumpirse, para que con sus recursos pueda procederse a realizar otras actividades más urgentes. Sin embargo, el procedimiento es lo suficientemente flexible como para adaptarse a otros supuestos.

Describiremos el procedimiento paso a paso.

### **PASO 1: DETERMINACIÓN DE LAS FECHAS MÍNIMAS Y MÁXIMAS INICIALES**

Hallamos las fechas mínimas y máximas del Proyecto utilizando los procedimientos adecuados a su estructura PERT o ROY, prescindiendo de las limitaciones de recursos.

### **PASO 2: ORDENACIÓN INICIAL: LISTA DE ACTIVIDADES**

Se establece una lista ordenada de las actividades. El orden elegido es el siguiente (se indica el criterio principal de ordenación, y los secundarios para resolver los empates): las actividades se ordenan por fecha mínima de comienzo creciente, en caso de ambigüedad, por fecha máxima creciente, duración creciente; código (orden lexicográfico creciente). Este último criterio puede substituirse fácilmente por cualquier otro, por ejemplo por el orden

de entrada de las actividades en el ordenador. Para nuestro ejemplo PREPARACIÓN OBRA la lista de actividades es la de la tabla de la *figura 7.1.6.3*.

LISTA DE ACTIVIDADES: PREPARACIÓN OBRA (versión 0)						
Activ.	Duración	Fecha mínima	Fecha máxima	Precedentes inmediatos	Consumo tipo A	Recursos tipo B
a	3	0	0	-	4	0
b	2	3	3	a	2	3
c	2	5	5	b	4	0
h	15	7	7	c	1	2
g	4	7	8	c	1	3
f	10	7	11	c	2	4
e	1	7	20	c	1	1
d	6	7	23	c	2	3
i	5	8	21	e	2	4
k	10	11	12	g	3	7
j	5	17	21	f	1	7
n	10	21	22	k	2	4
l	2	22	22	h	1	1
m	3	22	26	i,j	2	8
p	8	24	24	l	1	7
q	5	25	29	d,m	1	4
r	2	32	32	n,p	2	2

*Fig. 7.1.6.3 Lista inicial de actividades del proyecto PREPARACIÓN OBRA*

## **PASO 3: SIMULACIÓN**

### **Paso 3.1: Inicialización**

Se sitúa el reloj ficticio, que gobierna la simulación, a cero :  $H = 0$ , y se colocan en el Almacén de Recursos la cantidad disponible (suponemos, como hemos dicho ya, que dicha cantidad no varía a lo largo del tiempo; en caso contrario habría que introducir una variante en 3.6 y 3.7)

### **Paso 3.2: Construcción de la Lista de Espera**

Sea  $H$  la hora del reloj ficticio. Se pasan a la lista de espera las actividades cuya fecha mínima de comienzo es inferior o igual a  $H$  (y que no se pasaron anteriormente). En este paso la fecha máxima pasa a denominarse fecha crítica, y la duración pasa a duración pendiente. Se ordenan las actividades en la Lista de Espera por fecha crítica creciente, y en caso de ambigüedad por duración pendiente creciente y código.

### **Paso 3.3: Lanzamiento de actividades críticas**

Se ordena el inicio de realización de las actividades críticas, traspasándolas de la Lista de Espera a la Lista de Trabajo. Una actividad es crítica si su fecha crítica coincide con la hora del reloj. Cada actividad traspasada recibe del almacén de recursos las cantidades de cada recurso que precisa. Si hay recursos suficientes para todas las actividades críticas se pasa a 3.5, en caso contrario a 3.4.

En la Lista de Trabajo las actividades se ordenan de la misma forma que en la Lista de Espera. Se calcula la fecha prevista de fin que es igual a  $H$  más la duración pendiente.

### **Paso 3.4: Lanzamiento de actividades no críticas**

Se ordena el comienzo de las actividades no críticas si es posible, pasándolas de la Lista de Espera a la de Trabajo. Una actividad no crítica puede comenzar si se satisfacen sus precedencias (en el esquema PERT, si sus precedentes han terminado) y hay suficientes recursos. El orden en la Lista de Espera indica la prioridad. Pasar a 3.6.

### **Paso 3.5: Interrupción de actividades no críticas**

Si no hay suficientes recursos para iniciar las actividades críticas se buscan interrumpiendo actividades no críticas de la Lista de Trabajo que estén usando recursos de los buscados. El orden de prioridad en la interrupción es el inverso de inscripción en la Lista de Trabajo. Si ni interrumpiendo todas las actividades no críticas se obtienen suficientes recursos, el Proyecto se retrasará fatalmente, pasar a 4; en caso contrario seguir a 3.6.

La interrupción de una actividad se refleja inscribiendo de nuevo la actividad en la Lista de Espera, bien en el lugar que le corresponde según lo indicado en **3.2**, si en la Lista de Espera no se da una prioridad especial a las actividades interrumpidas, bien al principio de la lista, utilizando los criterios sólo para ordenar las actividades interrumpidas entre sí.

### **Paso 3.6: Cambio de hora del reloj**

Consiste en aumentar la hora del reloj. Un procedimiento eficiente consiste en que las horas del reloj sean únicamente aquéllas en las que se producen acontecimientos, lo cual conduce a intercalar las fechas mínimas de la Lista de Actividades (todavía no traspasadas a la Lista de Espera), las fechas críticas de las actividades de la Lista de Espera y las fechas previstas de fin de las actividades de la Lista de Trabajo; la menor de dichas fechas es la próxima hora del reloj.

### **Paso 3.7: Actualización**

Se actualizan las fechas críticas y las duraciones pendientes de las actividades en la lista de Trabajo (sumando y restando respectivamente el incremento que se ha producido en H). Se eliminan de la Lista de Trabajo las actividades terminadas (duración pendiente nula), devolviendo los recursos que utilizaban al almacén de recursos.

Si quedan actividades por realizar en cualquiera de las tres listas, se prosigue el procedimiento volviendo a **3.2**. En caso contrario hemos terminado y disponemos ya, recopilando los resultados obtenidos progresivamente, de un calendario compatible con los recursos.

## **PASO 4: RETRASO DEL PROYECTO**

Si hemos llegado a un conflicto que no podemos resolver, el proyecto se retrasará fatalmente. Aumentaremos en una unidad todas las fechas máximas de la Lista de Actividades y empezaremos de nuevo el **PASO 3**.

Este procedimiento, aunque muy engorroso para realizarlo a mano cuando los números de actividades y recursos son importantes, es muy apto, tal como se ha descrito, para su tratamiento automático. No obstante hemos materializado su realización manual concreta en la tabla de la *figura 7.1.6.4* en la que pueden seguirse los diversos estadios de aplicación del procedimiento. La constitución de la Lista de Espera es la siguiente:

- columna 1: actividad
- columna 2: duración
- columna 3: fecha mínima de comienzo
- columna 4: fecha máxima de comienzo
- columna 5: parte realizada

columna 6: fecha crítica  
columna 7: precedentes inmediatos  
columna 8: necesidades de recursos tipo A  
columna 9: necesidades de recursos tipo B

Análogamente la estructura de la lista de trabajo es la siguiente:

columna 1' : actividad  
columna 2' : duración  
columna 3' : fecha mínima  
columna 4' : fecha máxima  
columna 5' : parte realizada  
columna 6' : fecha prevista de fin  
columna 7' : precedentes inmediatos  
columna 8' : necesidades de recursos tipo A  
columna 9' : necesidades de recursos tipo B

Ambas listas son extremadamente redundantes. Podríamos suprimir las columnas 3, 3' y 7', condensar 2 y 5 por un lado, así como 2' y 5' incluyendo sólo la diferencia, etc.

Partimos de la disponibilidad de 3 operarios del tipo A y 16 del tipo B, así como de la lista de actividades de la tabla de la *figura 7.1.6.3*, lo que nos conduce a un conflicto irresoluble con la actividad *n*. Por tres veces tenemos que retrasar el proyecto, transformando la tabla de la *figura 7.1.6.3* en la de la *figura 7.1.6.5*. El resultado recogido en la tabla de la *figura 7.1.6.4* corresponde a esta última situación. Por tanto el programa encontrado, compatible con la limitación de recursos, conduce a la realización del proyecto PREPARACIÓN OBRA en 37 días, 3 más del mínimo marcado por las ligaduras tecnológicas o potenciales. (El resumen de resultados puede consultarse en la *figura 7.1.6.6*).

El método empleado es heurístico, por lo que el que no hayamos hallado un programa compatible con las restricciones de recursos que tenga una duración inferior a los 37 días no significa forzosamente que no exista (aunque en este caso, dada su pequeña dimensión, podamos comprobar que efectivamente es así).

En las *figuras 7.1.6.6* y *7.1.6.7* hemos reproducido los resultados obtenidos mediante el paquete informático MANPW006 en este caso, que coinciden con los obtenidos en la tabla de la *figura 7.1.6.4*. Las *figuras 7.1.6.8* y *7.1.6.9* corresponden al mismo problema en la suposición de que no es posible interrumpir las actividades una vez comenzadas. En este caso la duración del proyecto es de 38 días, es decir un día más que en el supuesto anterior. Las *figuras 7.1.6.10* y *7.1.6.11* corresponden a la utilización de MANPW006 en el proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO con las limitaciones de 1 unidad del recurso A y 2 del recurso B; la duración del proyecto es 38 días (2 días más que sin limitación de recursos) y no hay necesidad de interrumpir ninguna actividad, aunque se permita tal circunstancia.

Reloj	LISTA DE ESPERA									LISTA DE TRABAJO									Rec. Libres		Actividades Terminadas		
	Act.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Act.	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'		TA	TB
	d	t	T	δ	τ <sub>c</sub>	Pre.	TA	TB		d	t	T	δ	τ <sub>f</sub>	Pre	TA	TB			TA	TB		
0										a	3	0	3	0	3	-	4	0		3	16		
3										b	2	3	6	0	5	a	2	3		5	13	a	
5										c	2	5	8	0	7	b	4	0		3	16	b	
7										h	15	7	10	0	22	c	1	2		0	2		c
										g	4	7	11	0	11	c	1	3					
										f	10	7	14	0	17	c	2	4					
										e	1	7	23	0	8	c	1	1					
										d	6	7	26	0	13	c	2	4					
8	i	5	8	24	0	24	e	2	4	h	15	7	10	1	22	c	1	2		1	3		e
										g	4	7	11	1	11	c	1	3					
										f	10	7	14	1	17	c	2	4					
										d	6	7	26	1	13	c	2	4					
11	k	10	11	15	0	15	g	3	7	h	15	7	10	4	22	c	1	2		0	2		g
										f	10	7	14	4	17	c	2	4					
										i	5	8	24	0	16	e	2	4					
										d	6	7	26	4	13	c	2	4					
13	k	10	11	15	0	15	g	3	7	h	15	7	10	6	22	c	1	2		2	6		d
										f	10	7	14	6	17	c	2	4					
										i	5	8	24	2	16	e	2	4					
15	i	5	8	24	4	28	e	2	4	k	10	11	15	0	25	g	3	7		1	3		(interr. de i)
										h	15	7	10	8	22	c	1	2					
										f	10	7	14	8	17	c	2	4					
17	i	5	8	24	4	28	e	2	4	k	10	11	15	2	25	g	3	7		2	0		f
										h	15	7	10	10	22	c	1	2					
										j	5	17	24	0	22	f	1	7					
21	n	10	21	25	0	25	k	2	4	k	10	11	15	6	25	g	3	7		2	0		
	i	5	8	24	4	28	e	2	4	h	15	7	10	14	22	c	1	2					
										j	5	17	24	4	22	f	1	7					
22	n	10	21	25	0	25	k	2	4	k	10	11	15	7	25	g	3	7		1	4		h, j
	m	3	22	29	0	29	i,j	2	8	i	5	8	24	4	23	e	2	4					
										l	2	22	25	0	24	h	1	1					
23	n	10	21	25	0	25	k	2	4	k	10	11	15	8	25	g	3	7		1	0		i
										m	3	22	29	0	26	i,j	2	8					
										l	2	22	25	1	24	h	1	1					
24	n	10	21	25	0	25	k	2	4	k	10	11	15	9	25	g	3	7		2	1		l
	p	8	24	27	0	27	l	1	7	m	3	22	29	1	26	i,j	2	8					
25	p	8	24	27	0	27	l	1	7	n	10	21	25	0	35	k	2	4		3	4		k
	q	5	25	32	0	32	d,m	1	4	m	3	22	29	2	26	i,j	2	8					
26										n	10	21	25	1	35	k	2	4		3	1		m
										p	8	24	27	0	34	l	1	7					
										q	5	25	32	0	31	d,m	1	4					
31										n	10	21	25	6	35	k	2	4		4	5		q
										p	8	24	27	5	34	l	1	7					
32	r	2	32	35	0	35	n,p	2	2	n	10	21	25	7	35	k	2	4		4	5		
										p	8	24	27	6	34	l	1	7					
34	r	2	32	35	0	35	n,p	2	2	n	10	21	25	9	35	k	2	4		5	12		p
35										r	2	32	35	0	37	n,p	2	2		5	14		n
37																				7	16		r

Fig. 7.1.6.4 Tabla de cálculo del algoritmo Manpower Scheduling

LISTA DE ACTIVIDADES: PREPARACIÓN OBRA (versión 3)						
Activ.	Duración	Fecha mínima	Fecha máxima	Precedentes inmediatos	Consumo tipo A	Recursos tipo B
a	3	0	3	-	4	0
b	2	3	6	a	2	3
c	2	5	8	b	4	0
h	15	7	10	c	1	2
g	4	7	11	c	1	3
f	10	7	14	c	2	4
e	1	7	23	c	1	1
d	6	7	26	c	2	3
i	5	8	24	e	2	4
k	10	11	15	g	3	7
j	5	17	24	f	1	7
n	10	21	25	k	2	4
l	2	22	25	h	1	1
m	3	22	29	i,j	2	8
p	8	24	27	l	1	7
q	5	25	32	d,m	1	4
r	2	32	35	n,p	2	2

Fig. 7.1.6.5 Lista de actividades del proyecto PREPARACIÓN OBRA después de retrasar tres días su duración

MANPW006							
**** PROYECTO: OBRA ****				FECHA: 08-11-1993 HORA: 13:33:17			
CALENDARIO COMPATIBLE							
NUM.	Act.	DR.	Inter.	F.Ini.	F.Int.	F.Rea.	F.Fin.
1	A	3	NO	0	-	-	3
2	B	2	NO	3	-	-	5
3	C	2	NO	5	-	-	7
4	D	6	NO	7	-	-	13
5	E	1	NO	7	-	-	8
6	F	10	NO	7	-	-	17
7	G	4	NO	7	-	-	11
8	H	15	NO	7	-	-	22
9	I	5	SI	11	15	22	23
10	J	5	NO	17	-	-	22
11	K	10	NO	15	-	-	25
12	L	2	NO	22	-	-	24
13	M	3	NO	23	-	-	26
14	N	10	NO	25	-	-	35
15	P	8	NO	26	-	-	34
16	Q	5	NO	26	-	-	31
17	R	2	NO	35	-	-	37
***** DURACION DEL PROYECTO: 37 ****							
**** LÍMITE REC.A: 7 REC.B: 16 REC.C: 1 ****							

Fig. 7.1.6.6 Calendario de realización del proyecto PREPARACIÓN DE OBRA con limitación de recursos e interrupción de actividades





MANPW006							
**** PROYECTO: OBRA ****				FECHA: 08-11-1993 HORA: 13:35:33			
CALENDARIO COMPATIBLE							
NUM.	Act.	DR.	Inter.	F.Ini.	F.Int.	F.Rea.	F.Fin.
1	A	3	NO	0	-	-	3
2	B	2	NO	3	-	-	5
3	C	2	NO	5	-	-	7
4	D	6	NO	7	-	-	13
5	E	1	NO	7	-	-	8
6	F	10	NO	7	-	-	17
7	G	4	NO	7	-	-	11
8	H	15	NO	7	-	-	22
9	I	5	NO	11	-	-	16
10	J	5	NO	17	-	-	22
11	K	10	NO	16	-	-	26
12	L	2	NO	22	-	-	24
13	M	3	NO	22	-	-	25
14	N	10	NO	26	-	-	36
15	P	8	NO	25	-	-	33
16	Q	5	NO	26	-	-	31
17	R	2	NO	36	-	-	38
***** DURACIÓN DEL PROYECTO: 38 ****							
**** LÍMITE REC.A: 7 REC.B: 16 REC.C: 1 ****							

Fig. 7.1.6.8 Calendario de realización del proyecto PREPARACIÓN DE OBRA con limitación de recursos y sin interrupción de actividades



MANPW006							
**** PROYECTO: ENVASADO **** FECHA: 08-11-1993 HORA: 13:18:22							
CALENDARIO COMPATIBLE							
NUM.	Act.	DR.	Inter.	F.Ini.	F.Int.	F.Rea.	F.Fin.
1	A	3	NO	0	-	-	3
2	B	4	NO	3	-	-	7
3	C	5	NO	7	-	-	12
4	D	2	NO	12	-	-	14
5	E	1	NO	14	-	-	15
6	F	20	NO	7	-	-	27
7	G	20	NO	14	-	-	34
8	H	4	NO	27	-	-	31
9	I0	2	NO	0	-	-	2
10	I	25	NO	2	-	-	27
11	J	2	NO	27	-	-	29
12	K1	2	NO	31	-	-	33
13	K2	3	NO	33	-	-	36
14	L	4	NO	34	-	-	38
***** DURACIÓN DEL PROYECTO: 38 ****							
**** LÍMITE REC.A: 1 REC.B: 2 REC.C: 1 ****							

*Fig. 7.1.6.10 Calendario de realización del proyecto FABRICACIÓN Y ENVASADO DE UN LÍQUIDO con limitación de recursos*



### 7.1.6.3 Asignación de recursos

En el apartado anterior hemos supuesto la realización de un proyecto con los recursos disponibles suponiendo que la asignación de recursos a las actividades se había realizado "a priori". Sin embargo, es lógico pensar que esta asignación previa no tiene por qué ser la única posible, ni la mejor, ni tan siquiera, dado el conjunto de actividades del proyecto, una particularmente eficiente. En efecto, en general las curvas de carga presentarán puntas y valles, mientras que algunas actividades dispondrán de márgenes, en ocasiones considerables.

En general, si se varía el número de unidades de los diferentes recursos asignados a una actividad su duración variará. A cada distribución de los recursos entre las actividades corresponderá un conjunto de duraciones que conducirá a una determinada duración total del proyecto y a unos determinados márgenes de las actividades. Estableciendo un criterio que permita juzgar de la calidad de la distribución, por ejemplo la misma duración del proyecto, podemos formular, por lo menos en teoría, el problema de buscar la distribución óptima. Desgraciadamente las dificultades teóricas que presenta este problema son muy grandes, y los algoritmos heurísticos propuestos son muy particulares. Sólo en el caso de un único recurso, de tipo aditivo, se puede establecer un algoritmo que conduce directamente al óptimo: el MCX (*Minimum Cost Expediting*). Nos preocuparemos esencialmente de dar una presentación intuitiva.

El MCX considera un único recurso, o bien todos los recursos reducidos a un denominador común: el coste, y permite determinar para cada duración del proyecto, dentro de cierto intervalo, la combinación de duraciones parciales de las actividades cuyos costes conducen a un coste global mínimo. Para ello MCX parte de ciertas hipótesis muy duras, la relación entre el coste directo asociado a una actividad y su duración tiene la forma de la *figura 7.1.6.12*. Existe una duración *normal* asociada al coste mínimo, que también recibirá el apelativo de normal. Si la actividad dispone de más tiempo para su realización el coste será el mismo; para ello bastará realizar la actividad en la duración normal y considerar el excedente de tiempo como tiempo muerto. Aumentando el coste asignado a la actividad su duración se reduce, siendo lineal la relación entre incremento de coste y decremento de duración. Esta disminución de duración tiene un límite, por debajo del cual es tecnológicamente imposible realizar la actividad. Este límite se conoce como duración *acelerada* y el coste asociado recibe también el mismo apelativo.

Partiendo de esta estructura es posible buscar la relación entre el coste global de las actividades del proyecto y su duración. Un punto simple de obtener es el que corresponde al coste mínimo, para el cual basta considerar todas las actividades con su duración normal y utilizar uno de los métodos adecuados para los problemas potenciales. A esta duración corresponderá un coste normal suma de los costes normales de todas las actividades. También es sencillo determinar la duración mínima del proyecto: bastará considerar todas las actividades con su duración acelerada. En general el coste asociado correspondiente será menor que la suma de los costes acelerados de todas las actividades (en particular no es necesario reducir a su duración mínima todas las actividades que dispongan de algún

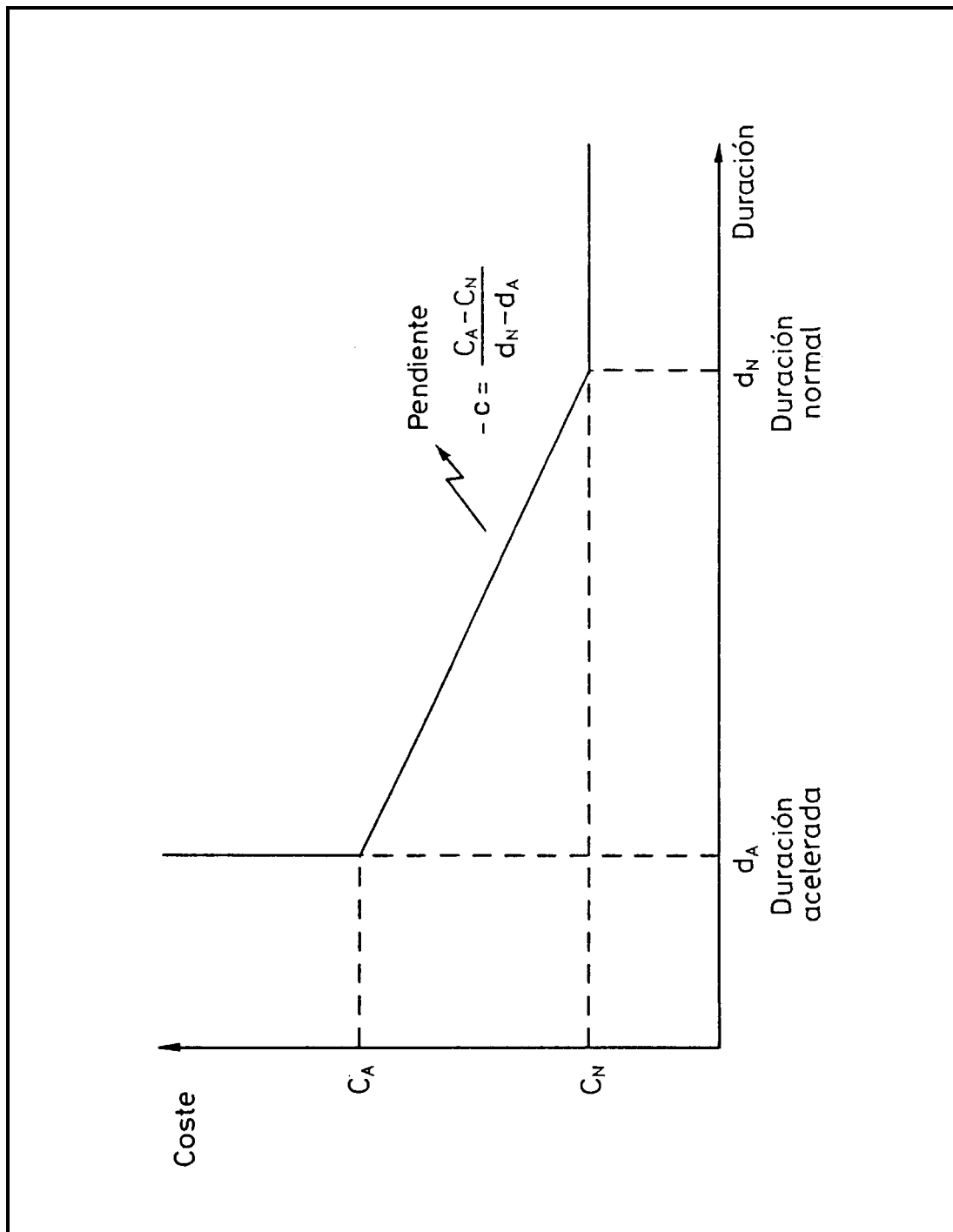


Fig. 7.1.6.12 Relación entre coste y duración de una actividad (hipótesis básica del MCX)

margen). El procedimiento MCX parte de la duración normal del proyecto y la va reduciendo ("comprimiendo") al mínimo coste. Con ello se obtiene una curva coste directo/duración del proyecto semejante a la de la *figura 7.1.6.13* (se trata de la línea señalada como "coste directo"). Esta curva es una sucesión convexa de segmentos lineales; los vértices de cambio de un segmento a otro corresponden a las modificaciones del camino crítico a medida que van agotándose los márgenes de las actividades.

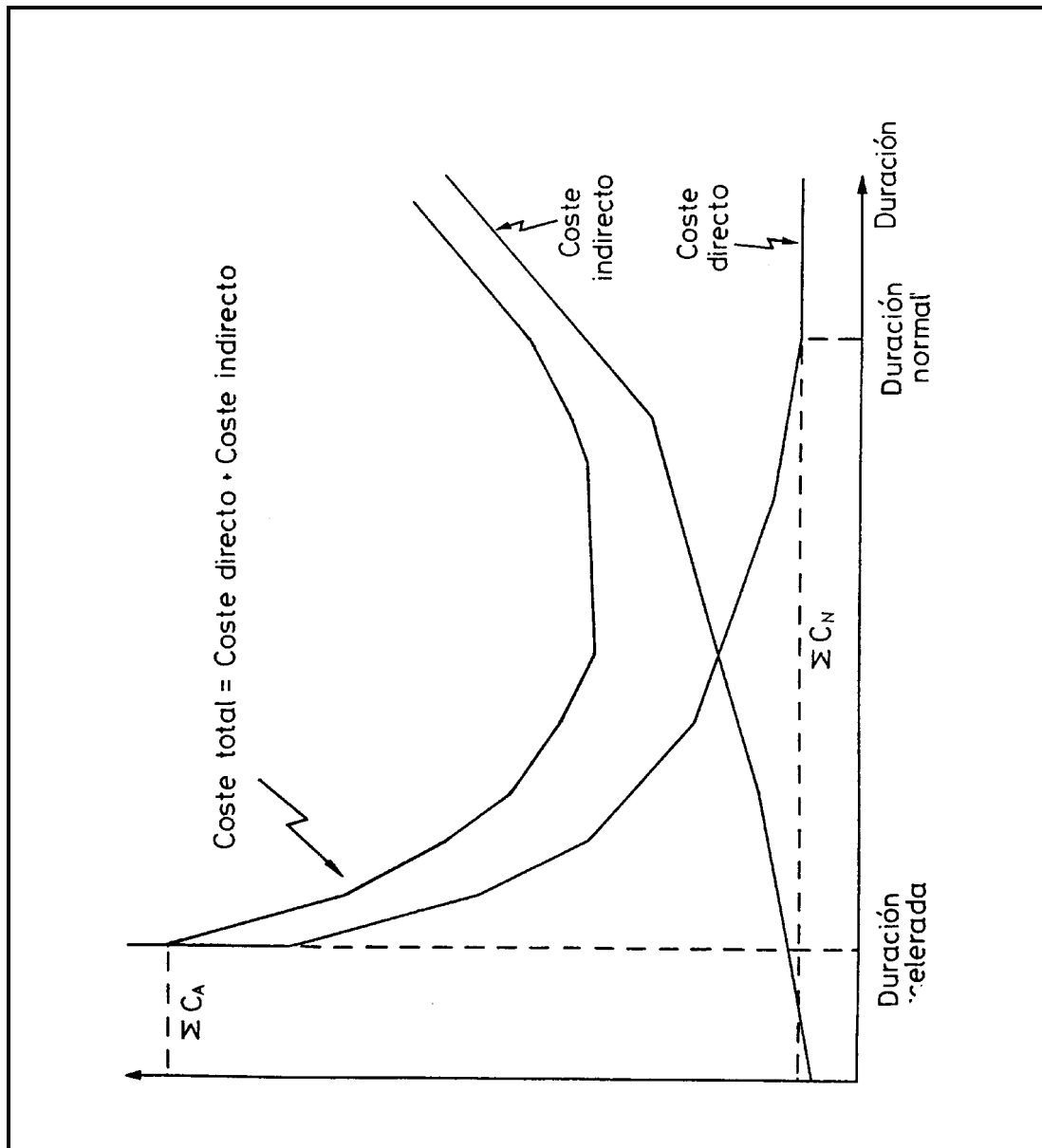


Fig. 7.1.6.13 Relación entre el coste total directo y el coste total indirecto y la duración total de un proyecto (hipótesis básica del MCX)



Normalmente a partir de esta curva de coste directo el responsable del proyecto, comparándola con su evaluación propia de la relación coste/tiempo, puede decidir cuál es la duración más adecuada, y por tanto la asignación de costes más eficiente. Formalizándolo, si se dispone de la curva costes indirectos/duración, curva creciente con el tiempo debido a mayor inmovilización de los capitales, pérdidas de oportunidad, penalizaciones por retrasos, etc., podremos determinar mediante la suma de ambos tipos de coste la relación coste total/duración. Esta curva de coste total, dadas sus componentes, tendrá una forma de U, y por tanto presentará un valor mínimo. A este coste mínimo estará asociada la duración óptima del proyecto.

Normalmente, sin embargo, no creemos que esta curva de "coste indirecto" sea conocida con la suficiente profundidad como para poder dibujarla; no obstante un Jefe competente de Proyecto es capaz de juzgar si es conveniente o no incurrir en un sobrecoste debidamente cuantificado para obtener un determinado acortamiento en la duración total del proyecto. Lo hemos visto hacer en varias ocasiones. Por consiguiente dicho Jefe de Proyecto posee intuición sobre la forma y pendiente de la curva de costes indirectos.

La forma habitual de deducir el algoritmo MCX utiliza diversas técnicas: programación lineal paramétrica, dualidad en la programación lineal, flujo a través de grafos, etc. Vamos a indicar otro camino, el de la analogía elástica (que formalmente coincide con la de los flujos).

#### 7.1.6.3.1 Analogía elástica

Vamos a imaginar la sustitución del grafo representativo del Proyecto (versión PERT) por una estructura mecánica formada por barras elásticas y placas rígidas; los arcos o actividades corresponden a las barras situadas paralelamente entre sí, y los vértices o etapas a las placas perpendiculares a dichas barras.

Por ejemplo el grafo de la *figura 7.1.6.14 (a)* ha dado origen a la estructura de la *figura 7.1.6.14 (b)*. En este caso tan simple las placas pueden situarse sin interferencias con otras barras distintas de las que se apoyan sobre ellas. Esto no ocurrirá siempre, por lo que cabrá imaginar orificios en las placas para permitir el paso de las barras que no se apoyan en ellas.

Para que la analogía sea más completa las barras, en su deformación producida por compresión, seguirán una ley del tipo de la *figura 7.1.6.12* tomando en abscisas la longitud de la barra y en ordenadas la energía absorbida por la misma durante su deformación (acortamiento). Supondremos además que el fenómeno obedece a una elasticidad ideal sin histéresis, es decir, que la barra es capaz de devolvernos la energía absorbida al cesar la sollicitación exterior que la deformó. Consecuentemente obtenemos la relación de la *figura*

7.1.6.15, que liga la longitud de la barra con la fuerza que debe aplicarse para mantenerla. Evidentemente las deformaciones en este tipo de barras no obedecen a la ley de Hooke. Es interesante tener en cuenta las dos discontinuidades o saltos de la curva que indican unas longitudes que corresponden a fuerzas comprendidas entre dos límites, o bien que al variar la fuerza entre dichos dos límites la longitud se mantiene.

Por otra parte el segmento horizontal de la derecha también es peculiar (deformación con fuerza cero), aunque puede explicarse que la longitud reflejada en el diagrama es la distancia entre las dos placas situadas en los extremos de la barra y que estas placas sólo ejercen esfuerzo de compresión sobre aquella cuya longitud, cuando no está comprimida, corresponde a la duración normal (la placa de la izquierda es solidaria a la barra, pero no así la de la derecha).

En estas condiciones la longitud real de la barra es análoga a la duración de la actividad, la energía acumulada al incremento de coste debido al acortamiento de la duración normal y la fuerza de compresión al coste unitario de acortamiento.

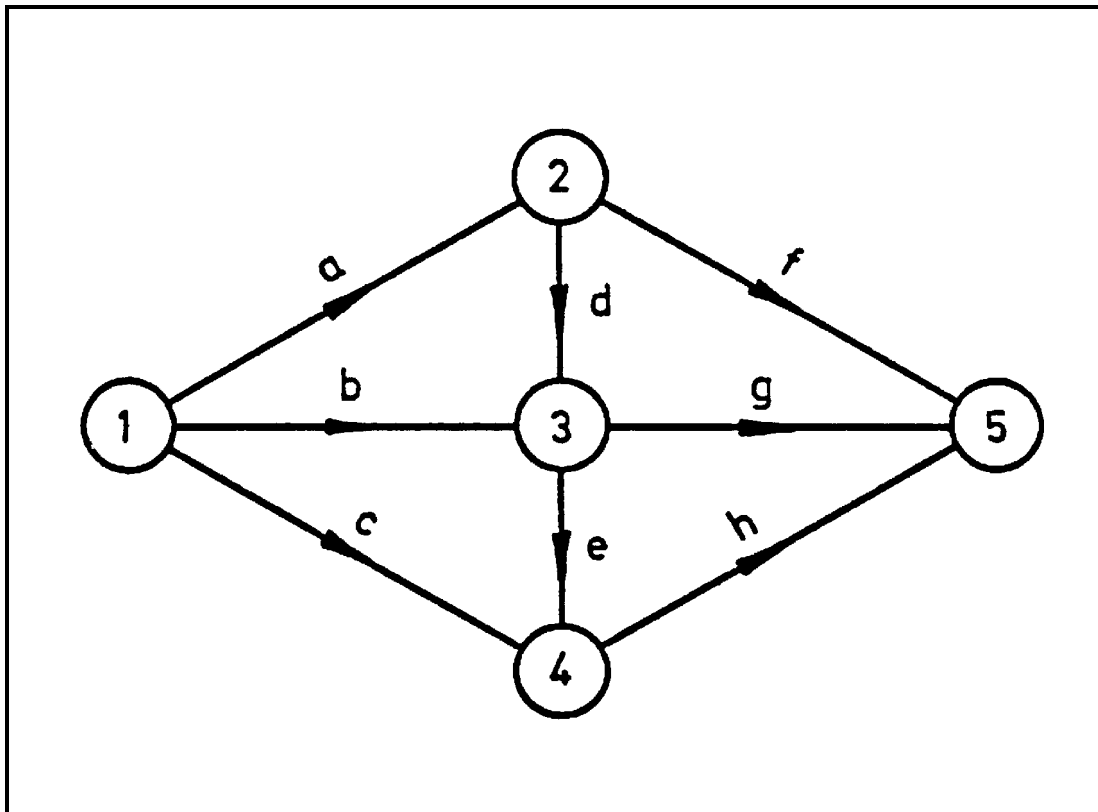


Fig. 7.1.6.14 (a) Grafo PERT de un proyecto

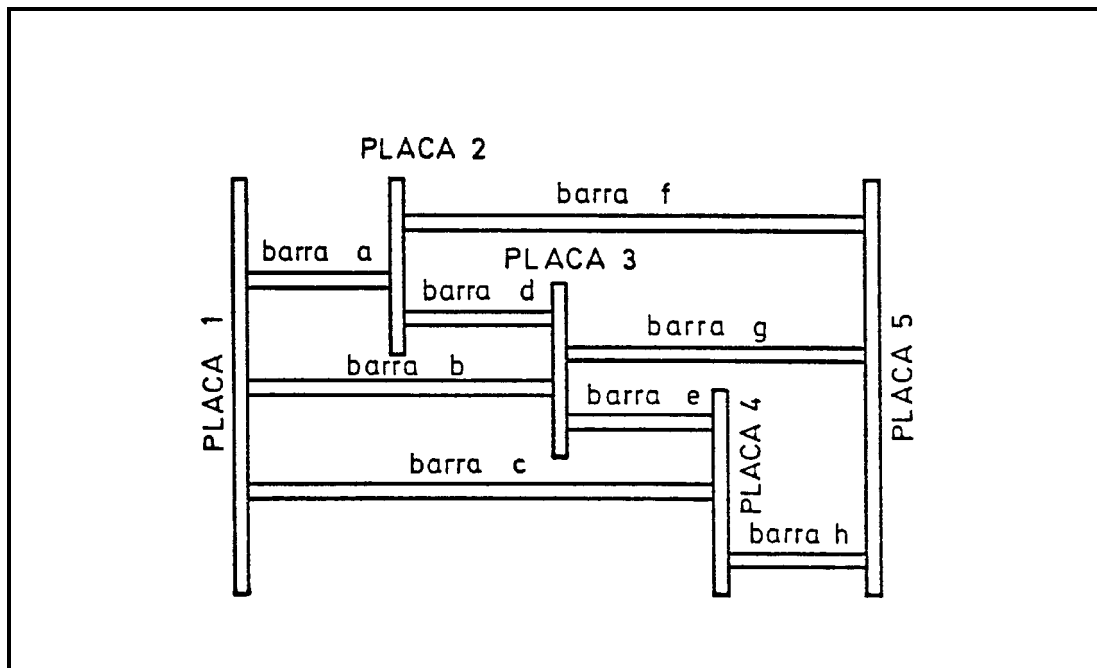


Fig. 7.1.6.14 (b) Estructura equivalente al grafo de la figura 7.1.6.14 (a)

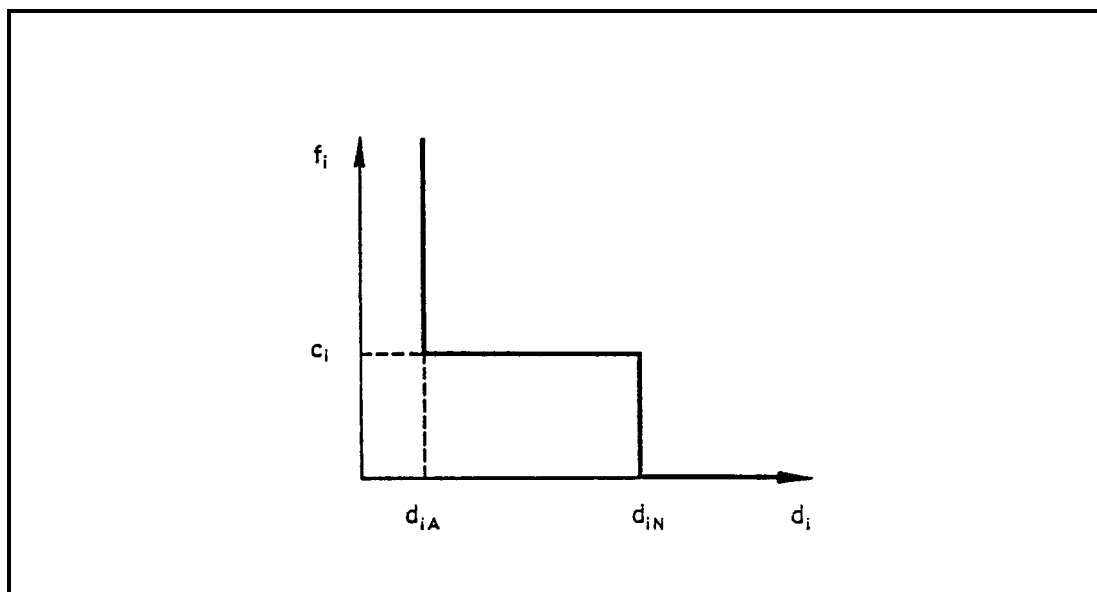


Fig. 7.1.6.15 Relación entre la longitud de la barra y el esfuerzo necesario para mantenerla

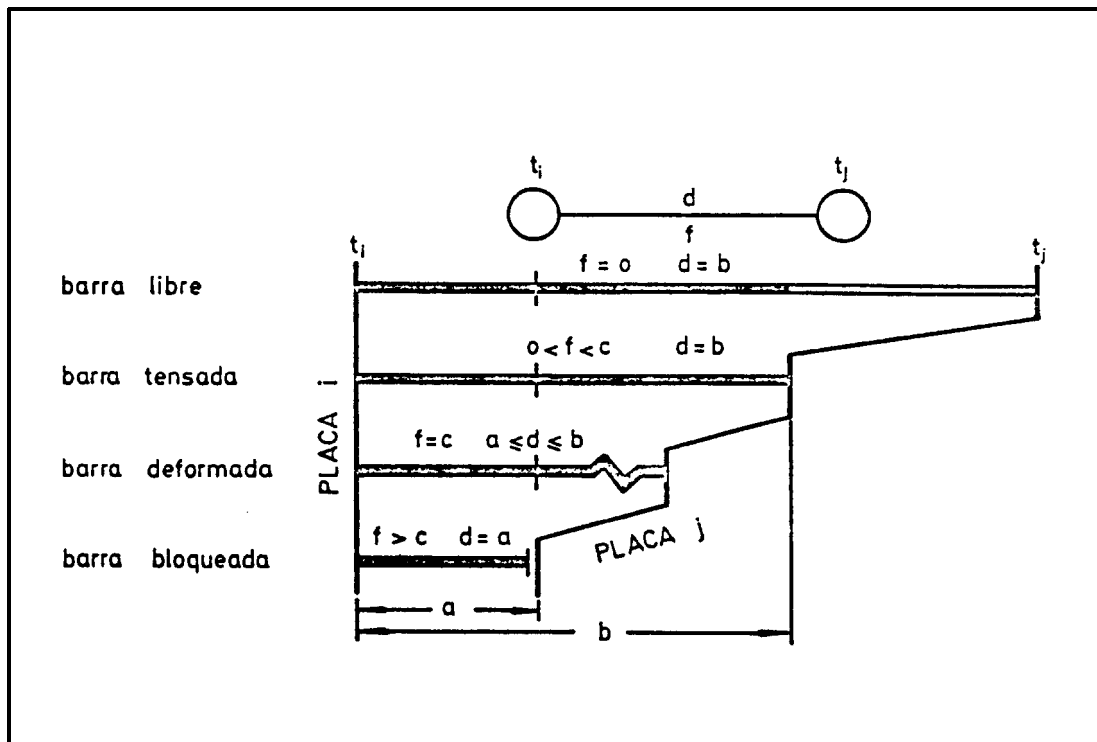


Fig. 7.1.6.16 Notación básica en la deformación de la barra

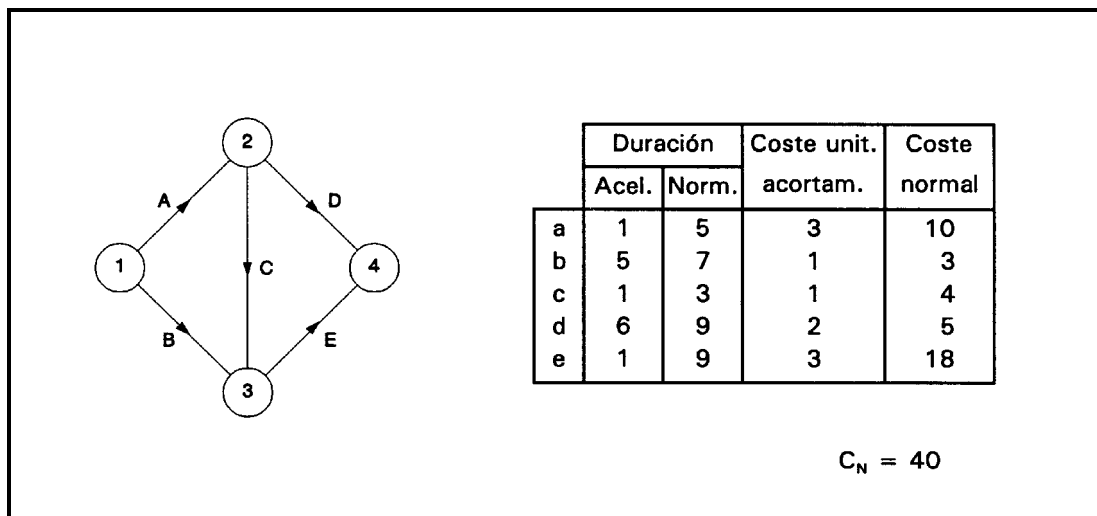


Fig. 7.1.6.17 Grafo del proyecto que se estudia como ejemplo

Con las notaciones de la figura 7.1.6.16, adoptaremos la siguiente nomenclatura para facilitar la exposición siguiente:

<i>Barra libre</i>	si	$t-t_j > b_i$	y	$f = 0$
<i>Barra tensada</i>	si	$t-t_j = b_i$	y	$0 < f < c$
<i>Barra deformada</i>	si	$b \geq t-t_j \geq a_i$	y	$f = c$
<i>Barra bloqueada</i>	si	$t-t_j = a_i$	y	$f > c$

Las fronteras las determina estrictamente el valor de  $f$  más que la longitud de la barra o la distancia entre placas. Antes de exponer el caso general desarrollaremos un ejemplo con los conceptos anteriores. Consideremos el grafo de la *figura 7.1.6.17* (casi el más sencillo posible) con los siguientes datos:

Actividad	Duración		Coste unitario	Coste normal
	acelerada	normal		
A	1	5	3	10
B	5	7	1	4
C	1	3	1	3
D	6	9	2	5
E	1	9	3	18

Fig. 7.1.6.18 Datos del proyecto de la figura 7.1.6.17

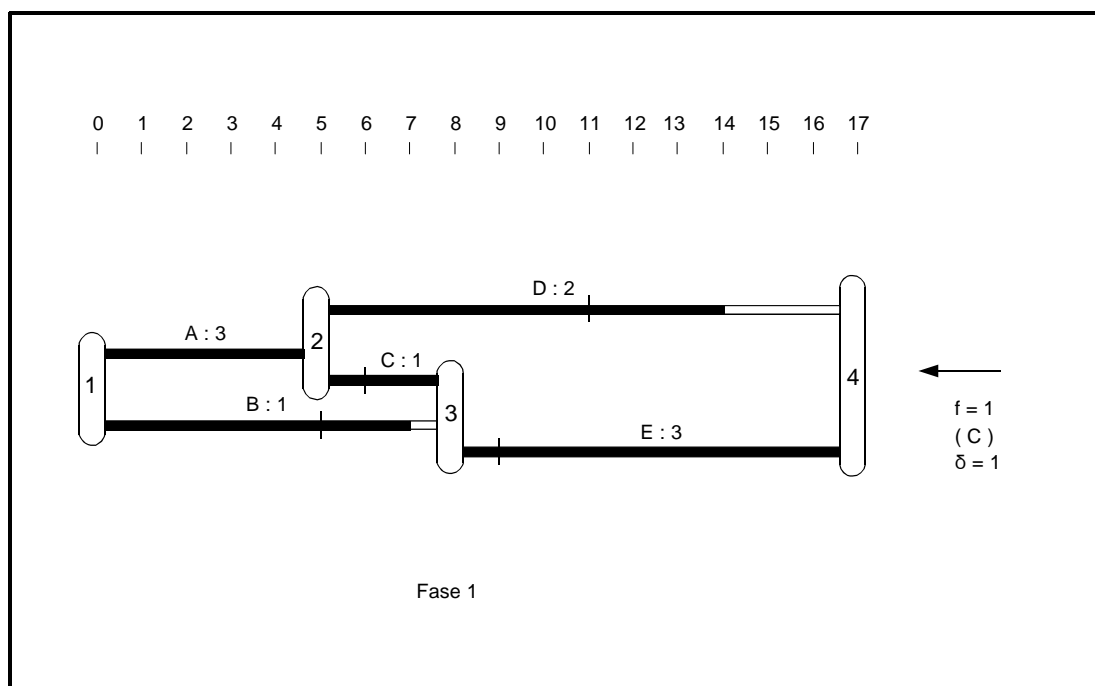


Fig. 7.1.6.19 (i)

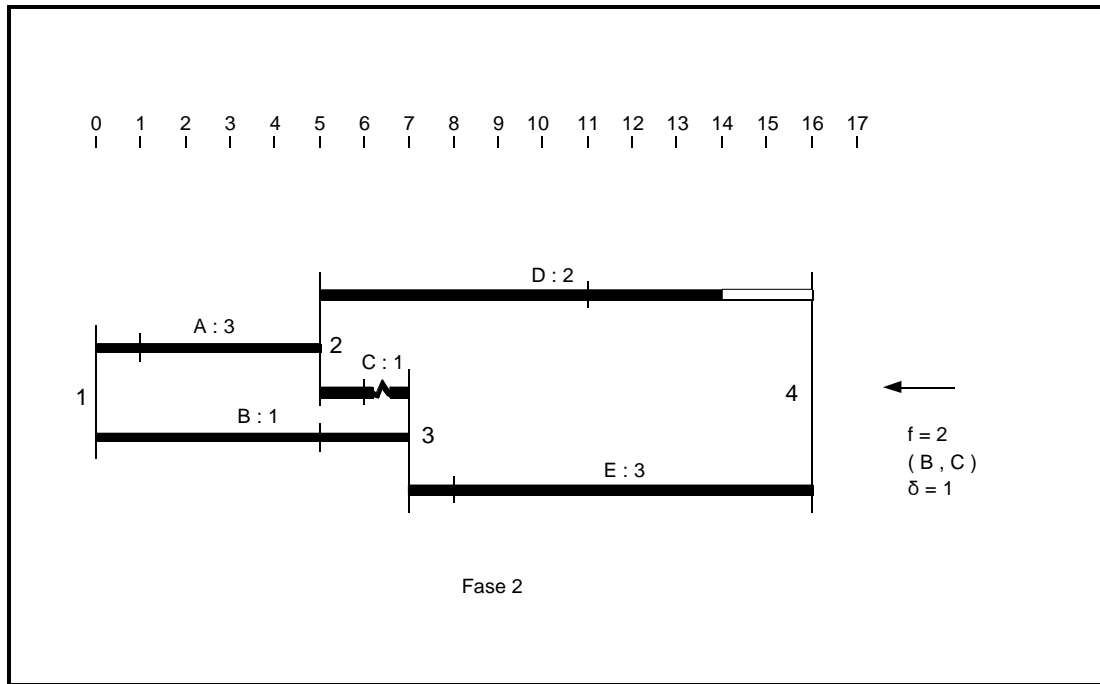


Fig. 7.1.6.19 (ii)

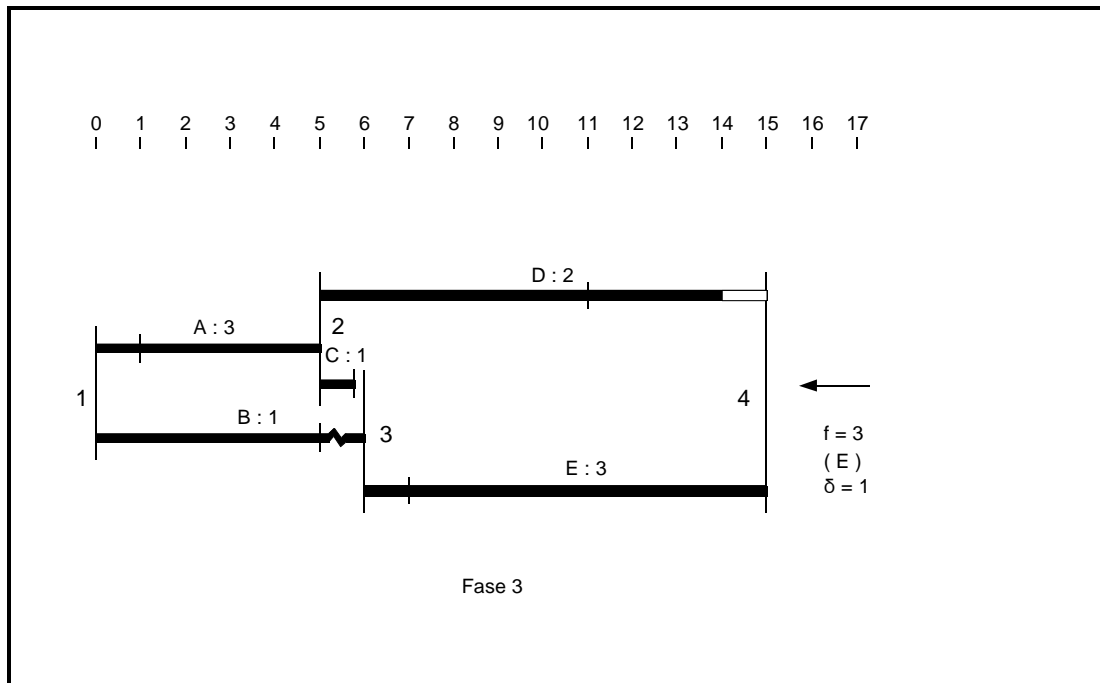


Fig. 7.1.6.19 (iii)

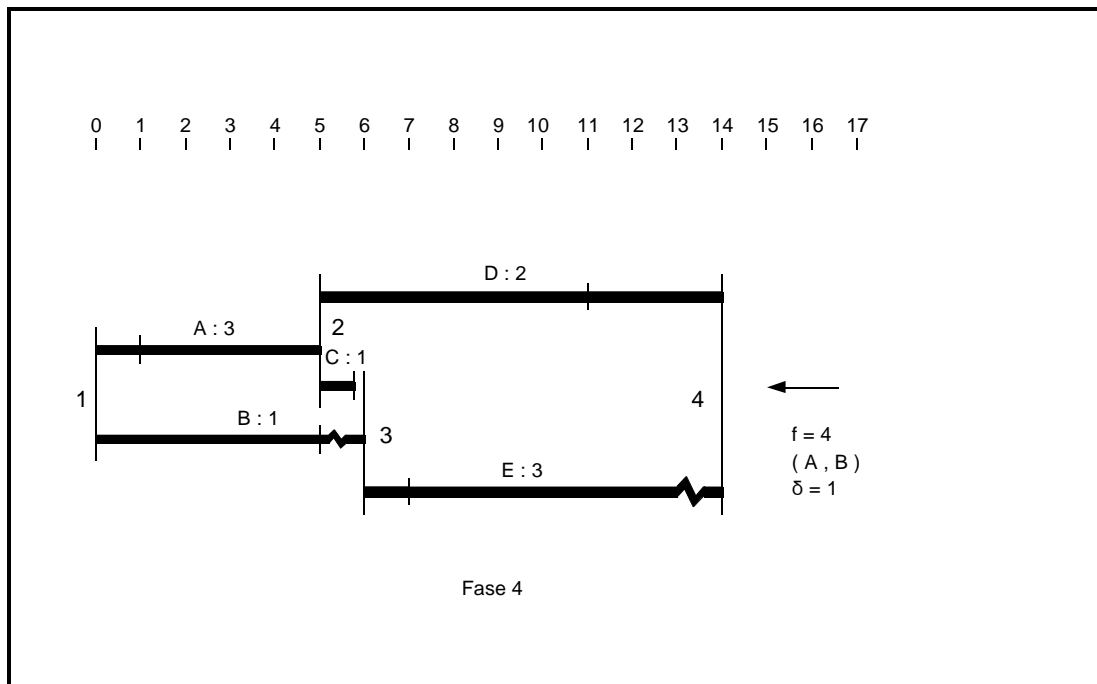


Fig. 7.1.6.19 (iv)

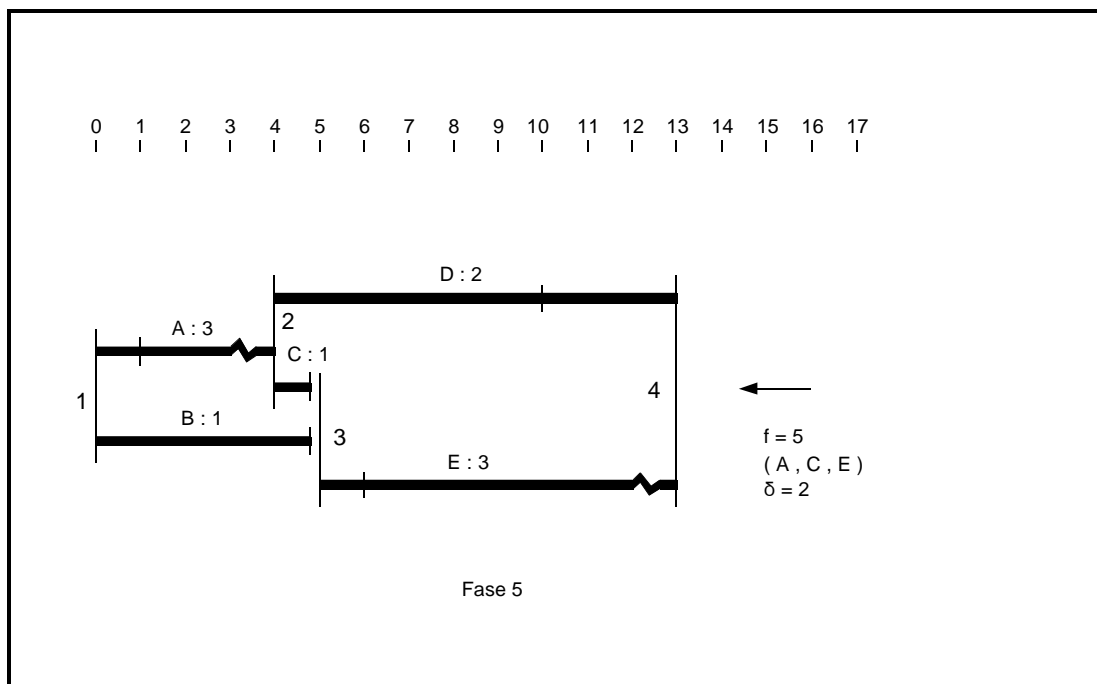


Fig. 7.1.6.19 (v)

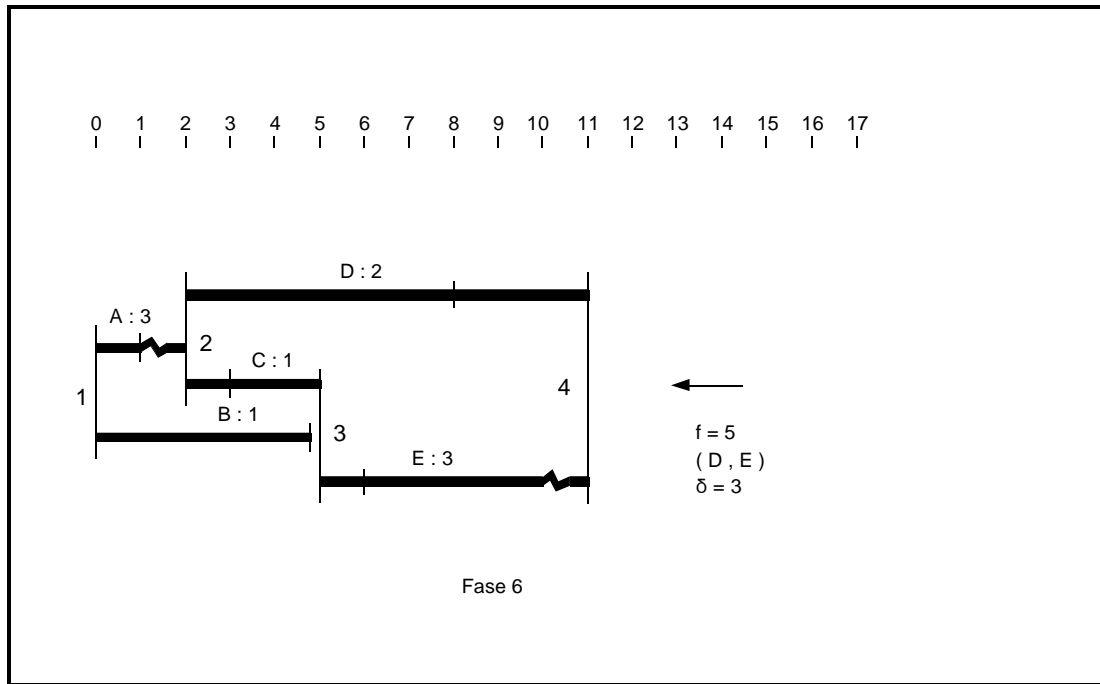


Fig. 7.1.6.19 (vi)

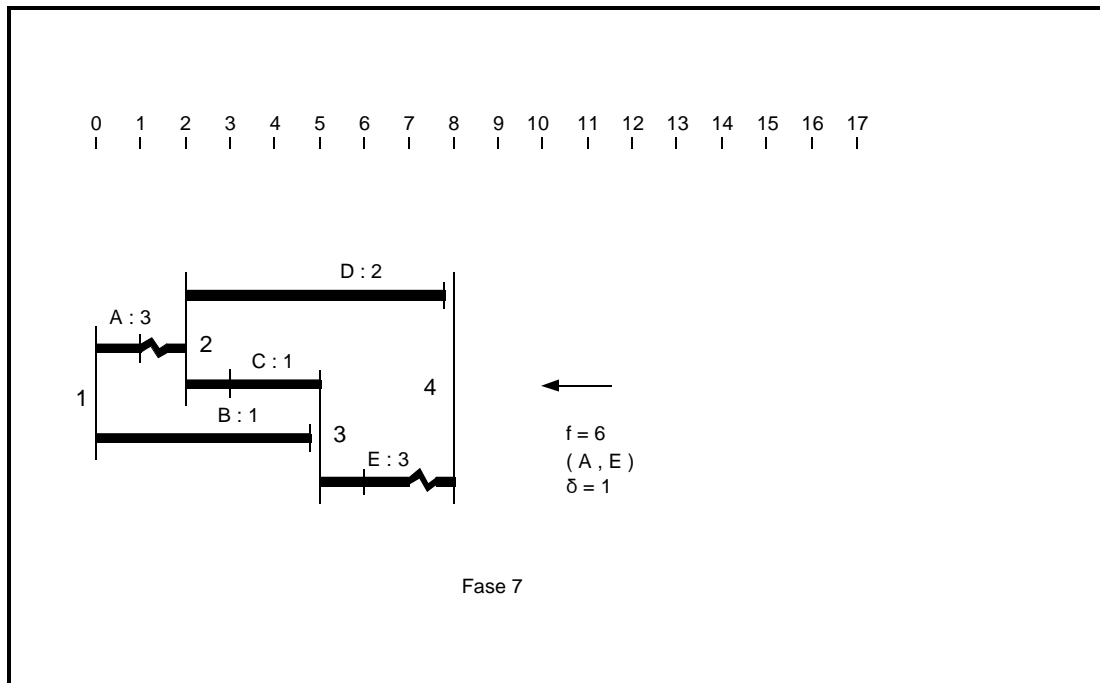


Fig. 7.1.6.19 (vii)



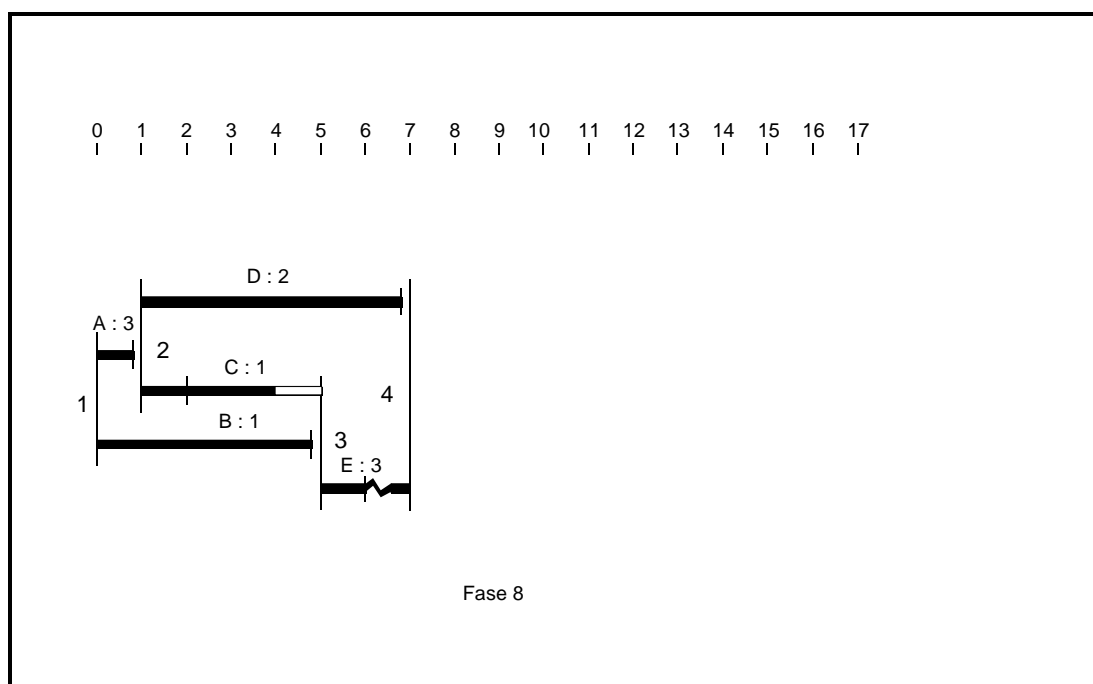


Fig. 7.1.6.19 (viii)

El coste normal global tiene un valor de 40 en la unidad monetaria adoptada y corresponde a la duración normal de cada una de las actividades. En la analogía elástica corresponde a la disposición de la fase 1 (o a otra más relajada todavía) con una duración total del proyecto de 17 unidades (o mayor). El camino crítico está constituido por las actividades A, C y E.

Para reducir la duración del Proyecto debemos comprimir la estructura, ejerciendo fuerza sobre la placa 4 (suponiendo la 1 fija) deformando alguna de las barras tensadas, que se corresponden al camino crítico; para ello la fuerza mínima necesaria es 1 (resistencia de C). Con dicha fuerza la compresión máxima de la estructura es una unidad, pues entonces la barra B pasará de libre a tensada y se precisará una fuerza mayor para seguir comprimiendo (fase 2). La variación de energía o coste entre la fase 1 y la fase 2 es lineal, correspondiendo al trabajo efectuado por la fuerza  $f$ ; por tanto la fase 2 tiene un coste de 1 unidad ( $1 \times 1$ ) mayor que la fase 1, en total 41 unidades.

La fuerza mínima para seguir la compresión es de 2 unidades (resistencia de B + resistencia de C; la estructura siempre cede por la sección de menor resistencia) siendo también la compresión máxima de una unidad, pues en dicho momento C pasa de deformada a bloqueada (fase 3). Prosiguiendo en forma análoga obtenemos las demás fases hasta llegar a la 8 en la que la estructura no puede comprimirse más por tener un camino crítico formado por barras bloqueadas (A y D).

Es muy interesante observar lo que sucede en la fase 5. Tenemos las barras B y C bloqueadas, A y E deformadas y D tensada. La fuerza necesaria para llegar y mantener esta fase es de 4 unidades. Para seguir la compresión basta una fuerza de 5 unidades, que comprime las barras A y E. Las tres unidades necesarias para comprimir A se obtienen de las dos transmitidas por D y una suministrada por C que se *alarga* pasando de bloqueada a deformada. La compresión o acortamiento máximo es de 2 unidades, pues en este momento C pasa de deformada a tensada, dejando de apoyarse en la placa 3 (y por tanto de transmitir fuerza). Lo mismo, alargamiento de C (o separación de las placas 2 y 3) ocurre entre las fases 7 y 8 cuando C pasa a libre.

En consecuencia podemos escribir los resultados de la tabla de la *figura 7.1.6.20*, pudiéndose dibujar la curva coste total directo/duración total de la *figura 7.1.6.21*.

Fase	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4 = \lambda$	$f_A$	$f_B$	$f_C$	$f_D$	$f_E$	$f$	$\delta$	$\Delta k$	$k$
1	0	5	8	17	1	0	1	0	1	1	1	1	40
2	0	5	7	16	1	1	1	0	2	2	1	2	41
3	0	5	6	15	2	1	2	0	1	3	1	3	43
4	0	5	6	14	3	1	2	1	3	4	1	4	46
5	0	4	5	13	1	2	1	2	3	5	2	10	50
6	0	2	5	11	3	2	1	2	3	5	3	15	60
7	0	2	5	8	3	3	0	3	3	6	1	6	75
8	0	1	5	7									81

*Fig. 7.1.6.20 Resultados*

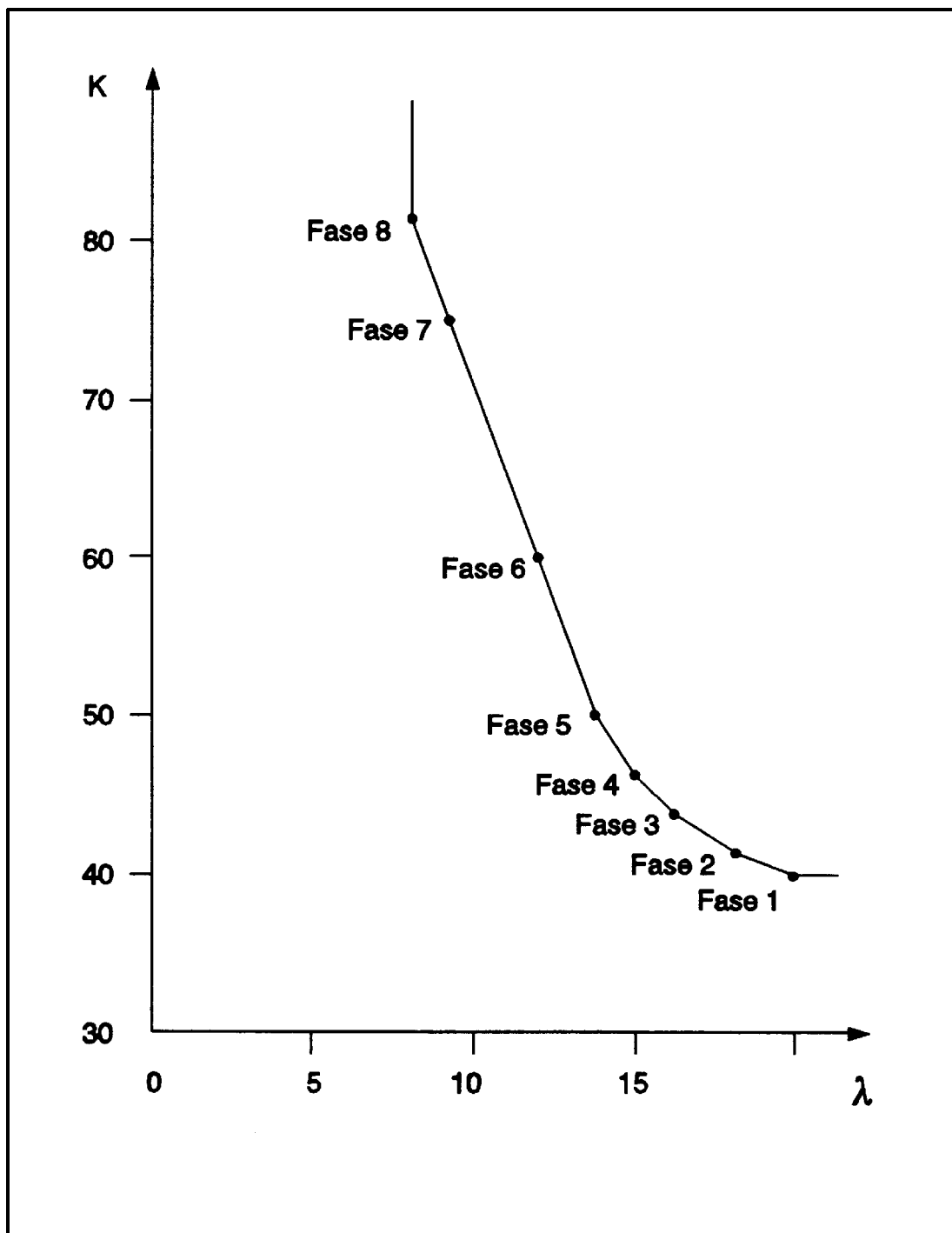


Fig. 7.1.6.21 Relación coste total directo/duración en el ejemplo