Capítulo 11 Gestión de la calidad

11.1 Conceptos

11.1.1 Concepto y aspectos de la calidad

Desde hace unos años, la calidad es un tema de actualidad e incluso de moda en todos los ámbitos relacionados con la producción y la comercialización. Las empresas y las administraciones lanzan incesantemente planes para la mejora de la calidad, en buena parte bajo la influencia de los éxitos alcanzados por empresas japonesas que han hecho de la calidad su bandera.

Inevitablemente, este ambiente genera mucha literatura, que a veces es insubstancial. Pero, en cualquier caso, es positivo que se dé importancia a la calidad. Así lo hacen, cada vez más, no sólo las empresas sino también los consumidores (frente a otros aspectos que determinan la aceptación de los productos, tales como el precio y el plazo de entrega).

Un estudio de la Oficina Europea de las Uniones de Consumidores (BEUC) atribuía a la falta de calidad una cifra de 30.000 fallecimientos, en 1985, en el conjunto de la Europa comunitaria, sin incluir España y Portugal (es decir, tantas muertes como las producidas por los accidentes de carretera); este trágico balance se debía a deficiencias en medicamentos, juguetes, electrodomésticos, maquinaria... Según el avance de un estudio del Ministerio de Industria español, en 1985 los defectos de calidad provocaban costes superiores al billón de pesetas para el conjunto de la industria en España, aun sin tener en cuenta al sector de la construcción ni los perjuicios causados a las empresas por deterioro de su imagen y pérdida de clientes.

Más allá de su repercusión en los costes, la calidad es un factor se supervivencia de las empresas y de las organizaciones en general. Para mantenerse, una organización ha de ser capaz de satisfacer las necesidades del público a través de los bienes y servicios que oferta.

Tradicionalmente, el estudio de la calidad se ha reducido, básicamente, al del *control* de la calidad; el énfasis no recaía en obtener productos de calidad sino en asegurar mediante el control que sólo las unidades sin defectos llegaban a su destino final. Hoy en día, en cambio, se habla de *gestión* de la calidad y de la calidad *total*, de la necesidad de tener presente la calidad en todas las fases del diseño, de la producción y de la comercialización (ello no debe confundirse, como a veces ocurre, con la pretensión de que todo problema de producción y de comercialización es un problema de calidad a resolver mediante técnicas vinculadas a la gestión de la calidad; un aspecto de la calidad es el plazo de entrega o que no haya retrasos en relación a las fechas comprometidas, pero para conseguir este objetivo las técnicas a utilizar se inscriben, obviamente, en el campo de la gestión de la producción); la calidad de las materias primas y de los componentes se ha de asegurar a través de una cooperación con los proveedores y la de los productos a través de la responsabilización, en lo relativo a la calidad, de todos los que intervienen en el proceso. Idealmente, el *control* de la calidad debería llegar a ser innecesario; pero, desde luego, no hay que confundir los deseos con la realidad y, hoy por hoy, el control de la calidad es casi siempre un aspecto importante de la gestión de la misma.

Por otra parte, el propósito del control de calidad no se reduce a la evaluación de las entradas y las salidas de las diversas fases que componen el proceso sino que debe incluir la propuesta de medidas de mejora (los *círculos de calidad*, por ejemplo, son una forma de generar tales propuestas a partir de la experiencia de quienes intervienen directamente en el proceso productivo).

El control de calidad, además, es una particularización de un concepto más general, a saber, el control de rendimientos: *los mismos conceptos y métodos desarrollados para el control de calidad pueden aplicarse a otros aspectos importantes de la eficiencia tales como costes de producción, plazo de producción o de entrega, etc.*

La palabra calidad se utiliza, de hecho, con acepciones diversas. En el uso corriente, se suele identificar mayor calidad con más y mejores prestaciones del bien o servicio; en esta acepción, un hotel de 5 estrellas es de mayor calidad que uno de 3 y un coche Rolls-Royce, de mayor calidad que un utilitario. No se puede decir que esto carezca de sentido, pero resulta poco útil desde el punto de vista de la gestión: el nivel de calidad estaría determinado por el tipo de producto.

Es más interesante considerar un concepto relativo de la calidad: la calidad sólo tiene sentido cuando se relaciona con la función y, en esta línea de pensamiento, *calidad es adecuación a la función*. Con esta acepción, un hotel de 5 estrellas puede tener poca calidad y uno de 3, mucha; un calzado con una determinada configuración puede ser de alta calidad si se destina a pasear por la playa y de baja calidad si se utiliza como zapato de vestir. En definitiva, un producto es de calidad si satisface las necesidades de su consumidor (es decir, aquello que, por los motivos que fuere, éste considera como una necesidad, aunque a un observador pueda parecerle irracional: el color del envase puede tener influencia en la percepción de la calidad del producto por parte del consumidor); la calidad se relaciona con un determinado segmento del mercado: conjunto de consumidores potenciales de una cierta área geográfica, en un cierto momento, de una cierta edad, nivel de renta, etc. Un producto de alta calidad puede perderla por el mero transcurso del tiempo ya que las necesidades de los consumidores son dinámicas.

Tradicionalmente, en el ámbito de producción se ha considerado la *calidad de producción* como una *calidad de concordancia* con las especificaciones del producto.

Por otra parte, la capacidad del producto para satisfacer las necesidades del consumidor debe mantenerse aceptablemente a lo largo del tiempo en que se utiliza; un aspecto de la calidad se relaciona, por tanto, con el rendimiento del producto en uso, en definitiva con la *fiabilidad* y con la facilidad de mantenimiento y reparación y las características del servicio post-venta.

En resumen, se puede considerar, al menos, los siguientes aspectos de la calidad:

- calidad inherente al diseño del producto

- calidad asociada con producción

- calidad relacionada con el rendimiento en uso.

El nivel de calidad de un producto, en sus distintos aspectos, es una decisión empresarial, que debe tener en cuenta el entorno y las características de la propia empresa. Y sin perder de vista que las decisiones correctas hoy pueden dejar de serlo en un futuro más o menos inmediato, porque, como se ha dicho más arriba, las necesidades de los consumidores cambian con el tiempo y porque la aparición de nuevos productos configura nuevos estándares de calidad, ya que cambia la percepción, por parte de los consumidores, de sus propias necesidades.

Una *política de calidad* requiere una gestión continua para:

- identificar las necesidades del consumidor y su percepción de las mismas

- evaluar la capacidad de la organización para obtener, económicamente, el producto

- reconocer que no pueden existir calidad ni fiabilidad absolutas y que, por tanto, es preciso fijar los niveles de calidad y de fiabilidad *aceptables*

- comprobar que la política es comprendida y asimilada en todos los niveles

- obtener información de *feed-back* del mercado

- seguir el rendimiento de la unidad productiva.

11.1.2 Cuestiones básicas en el control de calidad

Dado un conjunto de especificaciones, es decir, un nivel de calidad deseado como meta, el control de calidad implica medir la discrepancia respecto a dichas especificaciones de las unidades reales del producto (bien o servicio). La medida de la calidad real puede hacerse mediante la inspección de todas o de parte de las unidades, pero raramente es la inspección al 100% una alternativa razonable.

A veces, la inspección al 100% es, simplemente, imposible; por ejemplo, porque la inspección de las unidades implica su degradación o destrucción. Cuando es posible, suele ser *cara* y *no* necesariamente *libre de errores* y puede inducir *bajo rendimiento* en calidad de los empleados, convencidos de que cualquier error que cometan será subsanado más tarde.

Así pues, generalmente, para el control de calidad es preciso recurrir a la obtención de muestras y a la utilización de métodos estadísticos (de ahí la expresión *control estadístico de la calidad*). Pero la información que proporciona una muestra es incompleta y por tanto puede inducir a errores, que son de dos tipos, tal como refleja la *figura 11.1.2.1*.

DECISIÓN DE CONTROL DE CALIDAD	**CONDICIÓN REAL DEL PROCESO (O DE SU OUTPUT)**	
	BAJO CONTROL (satisfactorio)	**FUERA DE CONTROL** (no satisfactorio)
RECHAZAR como malo	**ERROR TIPO I** o de 1ª especie (probabilidad α) Riesgo del productor Costes: parar el proceso, inspección, puesta en marcha...	ADECUADO
ACEPTAR como bueno	ADECUADO	**ERROR TIPO II** o de 2ª especie (probabilidad β) Riesgo del consumidor Costes: rechazos, repetición de operaciones, reparaciones, mala imagen...

Fig. 11.1.2.1 Tipos de errores en el control estadístico de la calidad

11.1.2.1 Objetivos del sistema de control de calidad

Dirección de Operaciones desea alcanzar un nivel de calidad de salida consistente con las especificaciones establecidas y con las posibilidades productivas. El sistema de control de calidad ha de garantizar el nivel de calidad deseado con unos costes totales (costes de inspección y costes de los errores) mínimos; más allá de este objetivo inmediato, un sistema de control de calidad ha de proporcionar, a través del estudio de las anomalías observadas, un diagnóstico permanente de los problemas de calidad de la empresa, el cual ha de servir para su corrección progresiva.

11.1.2.2 Variables de decisión del sistema de control de calidad

Para definir un sistema de control de calidad hay que dar respuesta, básicamente, a las preguntas siguientes:

¿ ***Qué*** inspeccionar ?

¿ ***Cómo*** inspeccionar ?

¿ ***Cuándo*** inspeccionar ?

¿ ***Dónde*** inspeccionar ?

Lo cual, desde luego, es algo más que un problema estadístico, pero la Estadística desempeña un papel esencial cuando se trata de dar respuesta a otra pregunta, estrechamente vinculada a las anteriores:

¿ ***Qué muestra*** se ha de inspeccionar ?

y, en el control del proceso:

¿ ***Con qué frecuencia*** ?

Qué inspeccionar

Controlar todas las características de un producto puede ser prácticamente imposible o, en todo caso, extraordinariamente costoso. Se trata, pues, de concentrarse en unas pocas características críticas cuyos valores determinen si un bien o servicio es satisfactorio. Una característica crítica no necesariamente es visible para el consumidor o usuario final; un proceso, cuyo control directo puede ser difícil, puede controlarse indirectamente a través de su output (piezas producidas, asientos contables, clientes servidos en una línea aérea, pacientes atendidos en un servicio hospitalario, etc.). La *figura 11.1.2.2.1* incluye ejemplos de características críticas.

PRODUCTO (BIEN O SERVICIO)	CARACTERÍSTICAS
Cojinete de bolas	Diámetro interno y/o externo
Automóvil	Eficiencia del combustible, potencia de las emisiones, fiabilidad de los frenos.
Servicio a clientes en un banco	Tiempo de espera, tiempo de servicio por visita, precisión de los estados contables.
Servicio de un restaurante	Trato del servicio y tiempo, calidad de la comida, ambiente.

Fig. 11.1.2.2.1 Ejemplos de posibles características críticas

Cómo inspeccionar: Medida por atributos o por variables

El aspecto ***cómo*** implica dos tipos de decisión:

- *tipo* de medida (atributos *versus* variables)

- *método* de medida (elección del sistema hombre-máquina apropiado).

La disyuntiva entre atributos y variables se refiere a lo siguiente. En el caso de control por atributos se pretende saber únicamente si cierto atributo o característica está presente o no en la unidad inspeccionada (por ejemplo, si presenta o no cierto defecto o si una magnitud está comprendida en determinado intervalo -calibres pasa/no pasa-); el control por variables incluye la medida, cuantitativa, de magnitudes. La elección entre ambos tipos de medida se ha de basar en los costes respectivos; por supuesto, la cantidad de información que proporciona el control por variables es muy superior a la del control por atributos, por lo cual se puede obtener la misma eficacia con tamaños de muestra muy inferiores, lo que puede compensar la diferencia entre los costes unitarios de cada tipo de medida (en general, favorable al control por atributos).

Al elegir un método de medida, desde luego, no sólo se ha de tener en cuenta su coste, precisión, fiabilidad, facilidad de utilización, etc., sino también las posibilidades de registro y tratamiento de la información obtenida (sin citar otros dispositivos cada vez más precisos, con mayores prestaciones y más baratos, baste citar el ejemplo clásico de una balanza, que suma los pesos de diversas unidades, lo que permite determinar el peso de una muestra con una sola medición).

Cuándo inspeccionar: Control de aceptación (o de recepción) o control del proceso.

La inspección puede producirse *durante* el proceso o *después* del mismo. La elección depende de consideraciones económicas y tecnológicas, tal como se resume en la *figura 11.1.2.2.2.* Algunas de estas consideraciones son bastante obvias; otras, en cambio, pueden parecer más discutibles y, en cualquier caso, para decidir se ha de tener en cuenta las condiciones concretas en su globalidad. Por otra parte, se ha de tener en cuenta que ambos tipos de controles no son incompatibles.

CONTROL DE PROCESO APROPIADO	CONTROL DE ACEPTACIÓN APROPIADO
Coste unitario de inspección bajo	La inspección tiene un coste alto
Las consecuencias de producir unidades defectuosas son graves	Las consecuencias de producir unidades defectuosas no son graves
La inspección no es destructiva ni degradante	La inspección es destructiva o degradante
El proceso puede ser ajustado, o parado, inspeccionado y puesto de nuevo en marcha a coste razonable	No es posible el control del proceso

Fig. 11.1.2.2.2 Consideraciones a tener en cuenta en la elección entre control de proceso y control de aceptación

Controlar el proceso es, de todos modos, lo que parece más acorde con las tendencias recientes en gestión de la calidad: recuérdese que no se trata de detectar unidades defectuosas sino de producir unidades que no tengan defectos.

Dónde inspeccionar

Es decir, en qué lugar concreto han de ser realizadas las pruebas (lo cual tiene una cierta relación con el ***cuándo***).

Ello, desde luego, depende del tipo de verificación, que a veces puede requerir, por ejemplo, un laboratorio.

Los inputs de la producción (materias primas, componentes, etc.) pueden controlarse en el mismo lugar en que se produce la recepción; después de la entrada, la situación de la estaciones de inspección depende de la distribución en planta del proceso productivo y de los requerimientos técnicos de las pruebas.

En una distribución en planta orientada al producto, las estaciones pueden estar a lo largo de la línea, pero en una distribución orientada al proceso se ha de optar entre inspectores volantes o inspección centralizada (los productos se llevan a un lugar determinado para ser controlados).

En ciertos momentos y, por consiguiente, a veces, en ciertos lugares es particularmente deseable realizar una inspección. Por ejemplo, antes de una operación irreversible o muy costosa, tal como soldar una pieza crítica a otra, mezclar dos líquidos o productos químicos, sellar un contenedor.

En ocasiones las inspecciones son complejas, exigen la intervención de diversos especialistas y se han de programar cuidadosamente para evitar demoras en la obtención de los resultados, particularmente en el control del proceso, en el que es esencial la rápida detección de anomalías.

11.1.3 Muestreo de aceptación

Se trata de determinar, a partir de la información proporcionada por una muestra, si hay que *aceptar* o *rechazar* la población (caja, lote, etc.) de que procede dicha muestra. El significado concreto de *rechazar* se ha de precisar en cada caso; aquí se supondrá que *rechazar* es equivalente a efectuar un control al 100% y substituir por elementos correctos todos los que se detecten como defectuosos.

La mayoría de conceptos básicos en el muestreo de aceptación son comunes al control por atributos y al control por variables. Pero, puesto que en este texto se inicia la exposición con el control por atributos, dichos conceptos se introducen en relación al mismo.

11.1.3.1 Control por atributos

En su forma más simple, un *plan de inspección* es una regla sistemática que especifica, dado el tamaño del lote (N), el tamaño de la muestra, n, y el nivel de aceptación, c. Si el número de elementos defectuosos de la muestra, x, es $\leq c$ se *acepta* el lote y si es $> c$, se rechaza. En este caso, sintéticamente, diremos que se utiliza un plan (N,n,c).

Supondremos que el coste del muestreo consta de un coste fijo, K, y un coste por unidad examinada, k, y que el coste de dejar pasar una unidad defectuosa es C. Si la proporción de unidades defectuosas en el lote es ω, el plan de inspección tendrá asociada una cierta probabilidad de aceptación $P_a(\omega)$ y, por consiguiente, la esperanza matemática del coste por lote será (aproximadamente, puesto que la proporción de defectuosas en la parte del lote restante una vez sacada la muestra no es la misma que al principio):

$$K + k \cdot n + P_a(\omega) \cdot (N-n) \cdot \omega \cdot C + [1 - P_a(\omega)] \cdot (N-n) \cdot k = K + k \cdot N + (N-n) \cdot P_a(\omega) \cdot (\omega \cdot C - k)$$

(teniendo en cuenta, tal como se ha dicho más arriba, que *rechazar* supone una inspección al 100% del lote).

Por supuesto, sólo tiene sentido el plan de inspección si existe algún valor de ω para el cual esta esperanza matemática es menor que la de dejar pasar el lote, sin inspección alguna, y algún otro valor para el cual es menor que la de efectuar una inspección al 100%, es decir, respectivamente:

$$N \cdot \omega \cdot C$$

$$K + k \cdot N$$

ya que, si no, es mejor no inspeccionar o inspeccionar al 100% según cual sea la opción a que corresponda la menor esperanza matemática del coste (por supuesto, si $\omega C < k$ nunca interesará la inspección).

Si la proporción de unidades o piezas defectuosas en los lotes fuera siempre la misma, sería fácil determinar la mejor de las dos opciones (aceptar o rechazar). La dificultad procede de que, en general, no se conoce dicha proporción. En el supuesto de que se disponga de su densidad de probabilidad a priori, $q(\omega)$, se puede calcular, aproximadamente, la esperanza matemática del coste por lote asociado al plan de inspección, mediante la expresión:

$$K + k N + (N - n)\left\{C \int_0^1 \omega \cdot P_a(\omega) \cdot q(\omega) \cdot d\omega - k \int_0^1 P_a(\omega) \cdot q(\omega) \cdot d \cdot \omega\right) =$$

$$= K + k \cdot n + (N - n) \cdot \left[k\left(1 - \int_0^1 P_a(\omega) \cdot q(\omega) \cdot \omega\right) + C \cdot \int_0^1 \omega \cdot P_a(\omega) \cdot q(\omega) \cdot d \cdot \omega\right]$$

donde los factores que multiplican a k y a C, respectivamente, dentro del corchete, corresponden a la probabilidad de rechazo de un lote y a la esperanza matemática de la proporción de unidades defectuosas en el resto del lote (lote menos muestra) una vez aplicado el plan de inspección.

Por supuesto, si la variable ω es discreta se llega a una expresión análoga en la que en lugar de integrales figuran sumatorios y en lugar de la función de densidad de probabilidad, probabilidades. En cualquier caso, dado N, se puede encontrar, mediante la expresión adecuada, el par (n,c) al que corresponda una esperanza matemática del coste mínima; claro está, *siempre que se disponga de los datos necesarios para evaluar dicha expresión.*

En principio no ha de haber grandes dificultades para determinar los valores de K y *k*. En cambio, no siempre es fácil establecer el valor de C; si dejar pasar una pieza defectuosa supone que ésta se introduce en nuestro sistema productivo, en el que producirá ciertas perturbaciones, será factible evaluar el coste de las mismas, pero si dejar pasar una unidad defectuosa supone que ésta llega en malas condiciones a un cliente, las repercusiones de este hecho pueden ser complejas (desde reclamaciones hasta pérdida del cliente) e incluso parcialmente desconocidas, por lo que en este caso dar un valor a C puede ser aventurado. En lo que respecta a la densidad de probabilidad, o a las probabilidades, de la proporción de unidades defectuosas en los lotes, en estos momentos resulta, desde luego, económicamente factible mantener un registro histórico a partir del cual se pueda deducir esta información, pero si no hay experiencia (por ejemplo, se trata de un nuevo proveedor), no se dispone de este dato; además, hasta hace pocos años, el almacenamiento y tratamiento de la información eran pesados, costosos y poco fiables y, en general, no se podía suponer razonablemente que esta información estuviera disponible.

De ahí que el enfoque clásico para el diseño de los planes de inspección no se base en la minimización de la esperanza matemática del coste sino en los valores de los riesgos del productor y del consumidor (α y β, respectivamente), para, respectivamente, unas calidades aceptable e inaceptable. Dichas calidades se identifican por unos valores ω_1 y ω_2 (evidentemente, con $\omega_1 < \omega_2$) y se suelen denominar mediante las siglas AQL y LTFD - o RQL - (de *acceptable quality level* y *lot tolerance fraction-defective level* - o *rejectable quality level-*). Con este enfoque, se pretende hallar el valor mínimo de n (y el valor correspondiente de c) tales que el riesgo del productor para el AQL no sea superior a α y que el riesgo del consumidor para el LTDF no sea superior a β; es decir:

$$[MIN]\, n$$

$$P_a(\omega_1) \geq 1 - \alpha$$

$$P_a(\omega_2) \leq \beta$$

Veamos un ejemplo: Recibimos lotes de 500 unidades y deseamos aceptarlos con una probabilidad no menor del 95% para una AQL del 1% y deseamos rechazarlos con una probabilidad no menor del 90% para una LTFD del 5%.

Tenemos, pues:

$$\omega_1 = 0'01 \qquad \alpha = 0'05$$

$$\omega_2 = 0'05 \qquad \beta = 0'10$$

El cálculo exacto de la probabilidad de aceptación se puede efectuar por medio de la ley hipergeométrica; ahora bien, en el supuesto, a confirmar una vez obtenido el resultado, de que la muestra represente una proporción pequeña del lote, se puede aproximar mediante la ley binomial y, teniendo en cuenta que las proporciones de unidades defectuosas son pequeñas, la ley binomial se puede aproximar, a su vez, por medio de la ley de Poisson, con la que se han efectuado los cálculos. Estos consisten en dar valores sucesivos a c, determinar, para cada uno de ellos, la media de la ley de Poisson a que corresponde una probabilidad de aceptación ß y calcular la probabilidad de aceptación correspondiente para la AQL; los cálculos finalizan cuando se alcanza un valor de c para el cual esta última probabilidad es igual o superior a 1 - α (*fig. 11.1.3.1*).

c	$n \cdot \omega_2$ $\Pr(x \leq c) = 0'10$	$n = \dfrac{n \cdot \omega_2}{\omega_2}$	$n \cdot \omega_1$	$1 - \alpha = \Pr(x \leq c)$
0	2'3	46	0'46	0'630
1	3'9	278	0'78	0'812
2	5'3	106	1'06	0'908
3	6'7	134	1'34	0'952
4	8'0	160	1'60	0'976
5	9'3	186	1'86	0'988

*Fig. 11.1.3.1.1 **Resultados intermedios de los cálculos para la determinación del plan de inspección***

Como puede verse en dicha *figura 11.1.3.1.1*, el plan de inspección óptimo se caracteriza por los valores $n = 134$ y $c = 3$; de hecho la tabla contiene dos filas, las últimas, que son innecesarias y se han incluido únicamente con fines ilustrativos de la evolución de las probabilidades de aceptación de la AQL para tamaños de muestra mayores y con el nivel de aceptación c correspondiente al valor fijado para ß.

En definitiva, el plan de inspección consiste en extraer una muestra de 134 unidades, examinarlas y contar el número de defectuosas; si éste es inferior o igual a 3, se acepta el lote y si es mayor que 3 se rechaza.

Todo plan de inspección tiene asociada una *curva característica*, que representa los valores de la probabilidad de aceptación $P_a(\omega)$ en función de ω. La *figura 11.1.3.1.2* representa la curva característica del plan de inspección del ejemplo anterior, dibujada a partir de los valores contenidos en la tabla de la *figura 11.1.3.1.3*, que se han calculado también mediante la ley de Poisson.

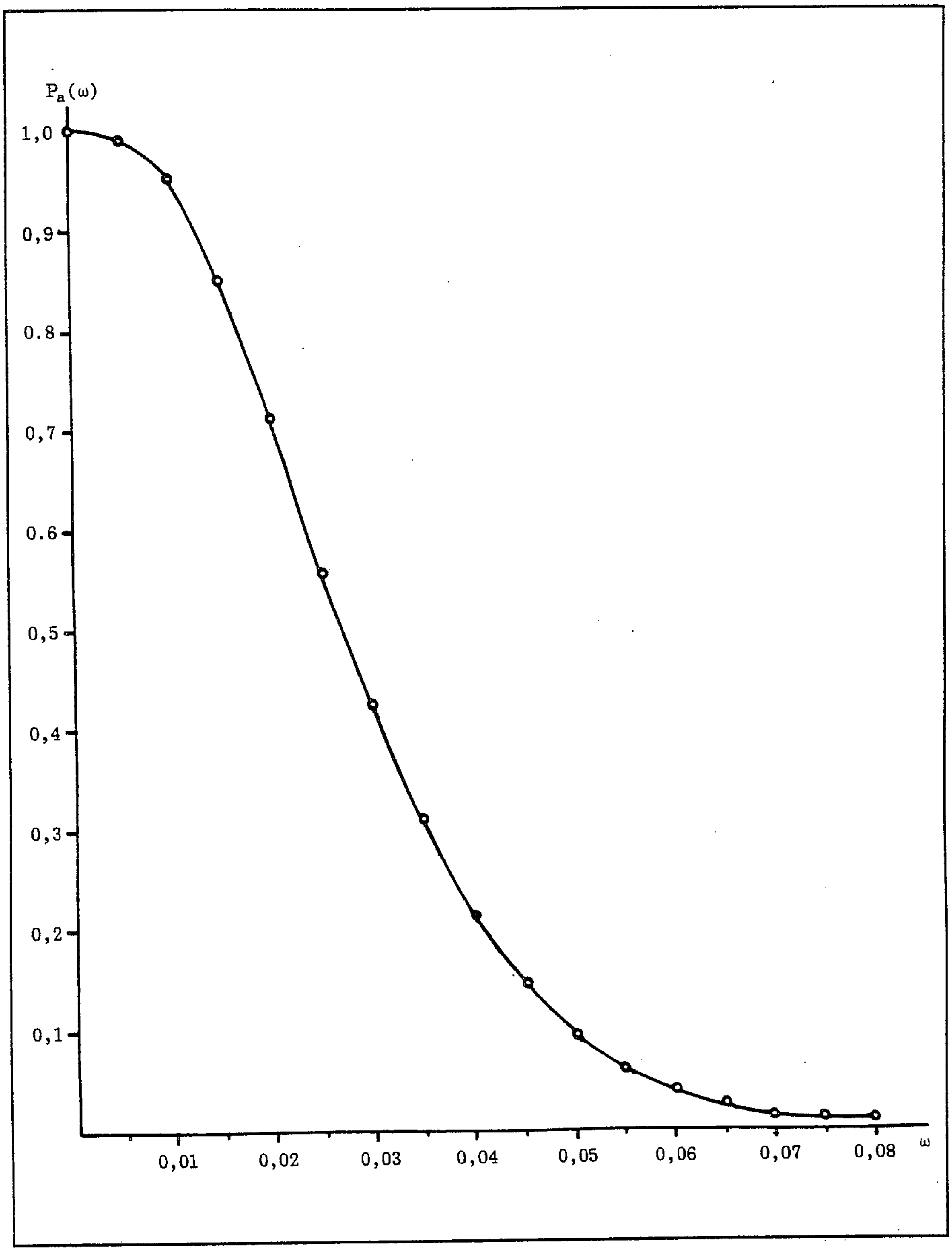


Fig. 11.1.3.1.2 Curva característica del plan de inspección del ejemplo

PLAN n = 134, c = 3 (cálculos con ley de Poisson)		
ω	$P_a(\omega)$	AOQ(ω)
0'000	1'0000	0'0000
0'005	0'9951	0'0037
0'010	0'9528	0'0070
0'015	0'8553	0'0094
0'020	0'7185	0'0105
0'025	0'5693	0'0104
0'030	0'4296	0'0094
0'035	0'3113	0'0080
0'040	0'2181	0'0064
0'045	0'1485	0'0049
0'050	0'0988	0'0036
0'055	0'0644	0'0026
0'060	0'0412	0'0019
0'065	0'0260	0'0012
0'070	0'0162	0'0008
0'075	0'0100	0'0005
0'080	0'0061	0'0004
0'085	0'0037	0'0002
0'090	0'0022	0'0001
0'095	0'0013	0'0001
0'100	0'0008	0'0001

Fig. 11.1.3.1.3 Probabilidades de aceptación y AOQ's del plan de inspección del ejemplo

Dada una calidad, ω, del lote que es procesado mediante el plan de inspección, la calidad del lote a la salida de dicho proceso es una variable aleatoria, puesto que depende de si la muestra ha conducido a la aceptación o al rechazo; en el primer caso se substituirán por piezas buenas las defectuosas halladas en la muestra y en el de rechazo, todas las piezas defectuosas del lote. Se denomina AOQ (de *average outgoing quality*) la calidad media de salida de un lote (en el supuesto de que si se rechaza el lote se inspecciona al 100% y se reponen con piezas buenas todas las defectuosas). Aproximadamente:

$$AOQ(\omega) = P_a(\omega)\cdot\left(1-\frac{n}{N}\right)\cdot\omega$$

que cuando N es mucho mayor que n se puede aproximar también por:

$$AOQ(\omega) = \omega \cdot P_a(\omega)$$

La *figura 11.1.3.1.3* incluye los valores de la AOQ para el plan de inspección del ejemplo, que se ha representado gráficamente en la *figura 11.1.3.4.*

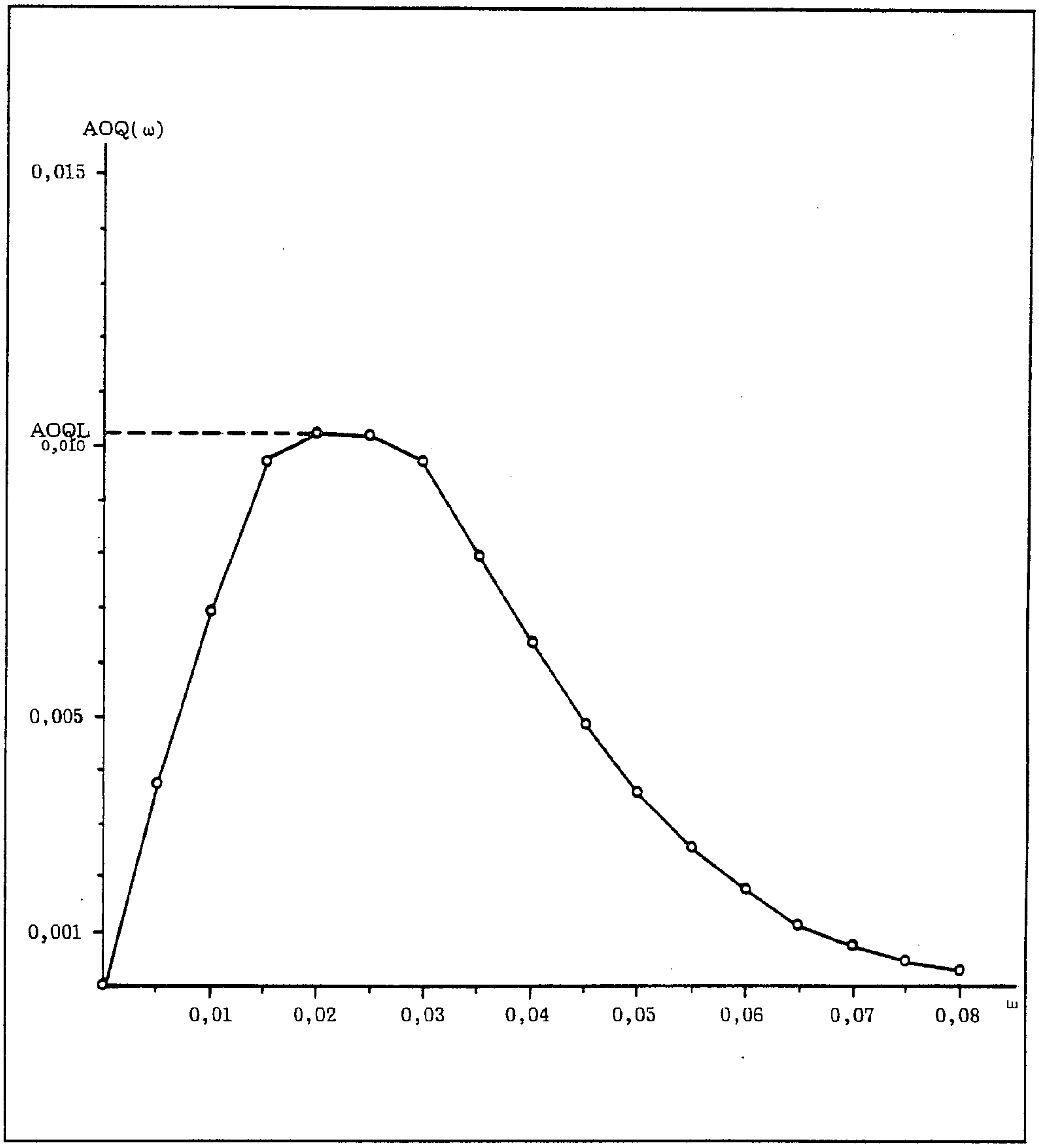


Fig. 11.1.3.1.4 AOQ y AOQL del plan de inspección del ejemplo

Un valor muy interesante es el de la AOQL (*average outgoing quality limit*), valor máximo de la AOQ, que indica, por consiguiente, la peor calidad esperada del lote a la salida del proceso de inspección. La AOQL es, por consiguiente, una característica significativa de un plan de inspección, hasta el punto de que cabe también plantear un valor de la AOQL como premisa para el diseño del plan. De las ya citadas *figuras 11.1.3.1.3* y *11.1.3.1.4* se deduce que la AOQL para el plan de inspección del ejemplo es 0'0105 (es decir, en el peor de los casos, que corresponde a una proporción de defectuosos en la entrada del 0'020, la calidad media a la salida es 0'0105; calidades peores - proporción de defectuosas superior a 0'020 - a la entrada dan calidades medias de salida mejores, porque aumenta la probabilidad de rechazo y el rechazo equivale a eliminar del lote todas las unidades defectuosas).

Obsérvese que en todo este enfoque no intervienen explícitamente los costes, aunque lógicamente deben tenerse en cuenta al fijar los valores de los riesgos del productor y del consumidor (por ejemplo, si se supone que el valor de C es muy alto ello ha de conducir a fijar un valor de β muy bajo).

Volvamos ahora al enfoque expuesto más arriba, en el que intervienen explícitamente los costes. Supondremos, para simplificar, que los lotes tienen sólo dos calidades (AQL con probabilidad q y LTFD con probabilidad $1-q$); mantendremos para N, AQL y LTFD los valores del ejemplo anterior y supondremos, además, que $q = 0'6$, $K = 5$ *um*, $k = 1$ *um* y $C = 40$ *um*. Los costes medios correspondientes a no controlar y a inspeccionar al 100 % son, respectivamente:

$$N \cdot C \cdot [q \cdot \omega_1 + (1-q) \cdot \omega_2]$$

$$K + k \cdot N$$

cuyos valores para el ejemplo son, respectivamente 520 *um* y 505 *um* (por consiguiente, si no se considera la posibilidad de efectuar un muestreo, lo mejor es inspeccionar al 100%).

Ahora bien, si se extrae una muestra de n elementos y se adopta un valor de c la esperanza matemática del coste será (particularizando las expresiones generales deducidas más arriba):

$$K + k \cdot n + (N-n) \cdot \{[1 - q \cdot P_a(\omega_1) - (1-q) \cdot P_a(\omega_2)] + C \cdot [q \cdot \omega_1 \cdot P_a(\omega_1) + (1-q) \cdot \omega_2 \cdot P_a(\omega_2)]\}$$

y si aplicamos esta expresión a los valores del ejemplo podemos obtener una tabla como la de la *figura 11.1.3.1.5*. En ella se puede apreciar que el valor óptimo de la esperanza matemática del coste se obtiene para un tamaño de muestra de 110 y un nivel de aceptación igual a 2.

n	*c*			
	0	1	2	3
70	433'32	397'69	410'67	443'39
80	440'14	398'10	400'97	428'00
90	446'81	401'00	395'14	415'52
100	453'10	405'52	392'51	406'14
110	458'90	411'00	392'37	399'68
120	464'17	416'99	394'11	395'80

Fig. 11.1.3.1.5 Esperanza matemática del coste por lote para diversos valores de n y de c

En general, la esperanza matemática del coste es función de n y de c, pero dado el valor de uno de estos parámetros, por ejemplo el de n, no es difícil hallar el valor óptimo del otro (de c, en este caso), por lo que se puede considerar como función de sólo uno de ellos. Ahora bien, en general, la esperanza matemática del coste es una función multimodal de n, es decir, presenta diversos mínimos relativos, por lo cual su optimización no es sencilla y exige el recurso a técnicas especializadas que no cabe exponer aquí.

Desde luego, cabe plantear esquemas de planes de inspección más complejos que el expuesto hasta ahora. Volviendo al ejemplo, con $n = 134$ y $c = 3$, piénsese en lo que ocurriría si, en lugar de extraer primero la muestra y después examinar cada una de las unidades que la componen, se fueran examinando las unidades a medida que van siendo extraídas: evidentemente, se podría dar el caso de que se superara el nivel de aceptación mucho antes de haber completado la muestra, con lo que no tendría sentido proseguir las extracciones; es más, supóngase que las dos o la tres primeras unidades son defectuosas: la probabilidad de que ello suceda si el lote tiene una calidad AQL es bajísima, lo que podría ya inducir, sin más, al rechazo. De consideraciones de este tipo surge la idea de planes de inspección con muestreo doble, múltiple o continuo, con varios momentos en que se puede tomar la decisión de aceptar o rechazar; por ejemplo en un plan de muestreo doble se extrae primero una muestra de n_1 unidades y se cuenta el número de defectuosas en la misma: según cual sea este número, se acepta el lote, se rechaza o se extrae una segunda muestra de n_2 unidades a partir de la cual se toma la decisión definitiva. Un instrumento adecuado para el estudio de planes de inspección con muestreo múltiple son los árboles de decisión.

Dada la dificultad de plantear y desarrollar los cálculos (mucho mayor hace unos años que ahora mismo) han sido elaboradas tablas, con diversos enfoques, tales como las de Dodge y Romig o las Military Standard. Estas últimas, especialmente, han sido y son todavía ampliamente utilizadas. Para una información detallada debe recurrirse a una obra especializada.

11.1.3.2 Control por variables

En el control de recepción por variables, tal como se ha indicado, los conceptos básicos son los mismos, pero es diferente, como es lógico, la forma de calcular los parámetros que caracterizan el plan de inspección, para lo cual se requiere, además, información sobre la distribución de la variable controlada.

Veamos un ejemplo. El diámetro de cierta pieza cilíndrica ha de estar comprendido entre 100 ± 0'006 mm; en las piezas recibidas se ha comprobado que dicho diámetro sigue una ley normal con σ = 0'002 mm y de media variable según los lotes. Se ha hecho corresponder a la AQL la media 100 mm y a la LTFD las medias 99'9975 y 100'0025 (se puede comprobar fácilmente - ver *figura 11.1.3.2.1a* que la AQL corresponde a una proporción de piezas fuera de tolerancias del 2'26 ‰ y las LTFD a una proporción del 4'01 %) y los riesgos del productor y del consumidor, α y ß, se han fijado en el 5% cada uno de ellos. El plan de inspección consistirá en extraer una muestra de *n* piezas, calcular al media de los diámetros de las mismas y aceptar el lote si dicha media está comprendida en cierto intervalo y rechazarlo en caso contrario. Se trata, por consiguiente, de determinar dicho intervalo, $[z_1, z_2]$ y, por supuesto, el tamaño de la muestra, *n*.

De hecho, por simetría, basta con calcular uno de los dos valores que definen el intervalo, por ejemplo, z_2, ya que el otro se deduce de él fácilmente.

De la *figura 11.1.3.2.1b* se deduce el planteamiento de las expresiones siguientes (que incluyen los valores adecuados obtenidos de la tabla de la ley normal):

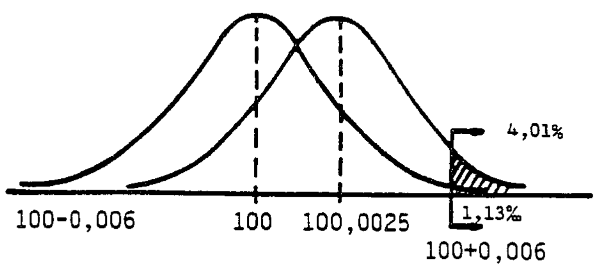
$$100'0000 + 1'96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = z_2$$

$$100'0025 - 1'645\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = z_2$$

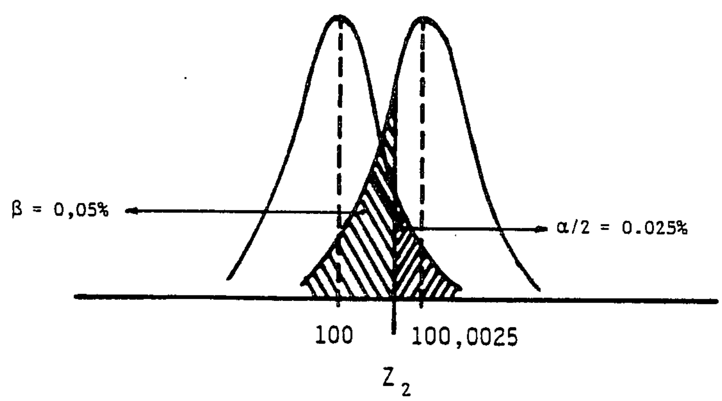
Igualando los primeros miembros de ambas igualdades se obtiene n = 8'31, por lo cual el tamaño de muestra ha de ser igual a 9. A causa de este obligado redondeo, el sistema de ecuaciones no puede verificarse estrictamente; para un tamaño de muestra de 9 unidades, la primera ecuación proporciona para z_2 el valor 100'0013 y la segunda, 100'0014 (el primero de estos valores, por consiguiente, corresponde al cumplimiento estricto del valor deseado para el riesgo del productor y dará un valor menor que el establecido a priori para el riesgo del consumidor; por su parte, el segundo de los valores corresponde al cumplimiento estricto del riesgo del consumidor y dará un valor menor que el establecido a priori para el riesgo del productor). Si se adopta el valor 100'0013, el intervalo de aceptación para las medias de las muestras será:

[99'9987,100'0013]

Evidentemente, se puede establecer sin dificultades la curva característica de este plan de inspección, así como los valores de la AOQ (función en este caso de la media de los diámetros en el lote) y la AOQL.



a-. Densidad de probabilidad de los diámetros y proporción de piezas defectuosas con medias centrada y descentrada.



b.- Densidad de probabilidad de las medias de las muestras y probabilidades de aceptación con medias del lote centrada y descentrada.

Fig. 11.1.3.2.1 Gráficos relativos al ejemplo de plan de inspección por variables

11.1.4 Control del proceso

Como se ha indicado, un proceso puede controlarse a partir de magnitudes características del mismo o a partir de alguna característica crítica del output del proceso que se pretende controlar. Aquí nos situaremos en este último supuesto.

Aunque el control del proceso tiene muchos puntos comunes con el de aceptación, es más complejo por, fundamentalmente, dos motivos. El primero es que, además de determinar un tamaño de muestra y unos niveles de aceptación o rechazo, se ha de establecer la frecuencia con que se efectuará el muestreo (cada cierto tiempo, cada cierto número de unidades obtenidas); el segundo, es que se ha de distinguir dos casos, a saber, *proceso poco preciso* y *proceso suficientemente preciso*. En el *proceso poco preciso* la dispersión es excesivamente grande en relación a la tolerancia, por lo cual lo que se trata de controlar es que el valor medio coincida con el valor nominal de proyecto (incluso así la proporción de unidades defectuosas puede ser elevada, pero ello sólo puede evitarse reduciendo la dispersión): cualquier desviación en relación a dicho valor debe ser corregida en cuanto sea detectada; en cambio, en el *proceso suficientemente preciso*, la dispersión es pequeña en relación a la tolerancia y existe un intervalo dentro del que puede moverse el valor medio sin que la proporción de unidades defectuosas supere la proporción aceptable.

Los principios del control de procesos están establecidos desde hace décadas y en su aplicación suelen utilizarse gráficos como los diseñados por Shewhart (en 1924) o alguna de sus variantes. Recientemente el control de procesos ha adquirido un auge considerable, al amparo de la importancia creciente otorgada a la calidad y a la difusión de algunas técnicas japonesas de gestión de la producción. De ahí que los gráficos de control sean hoy en día una de las herramientas más utilizadas en la gestión de la producción, aunque existen motivos para pensar que no siempre se aplican correctamente.

Es importante distinguir los principios de los detalles de la aplicación, ya que estos últimos son contingentes, han de ser adaptados a cada caso concreto.

Supongamos que para una cierta magnitud del output de un proceso han sido establecidos dos valores, LDL (*lower design limit*) y UDL (*upper design limit*), tales que LDL < UDL, entre los que debe encontrarse el valor de la magnitud en cuestión para que el resultado pueda considerarse aceptable. La tolerancia, 2T, es:

$$2T = UDL - LDL$$

Las proporciones de output dentro o fuera de la tolerancia dependen de la media de la magnitud en el resultado del proceso y de su dispersión, es decir, de la precisión del proceso. Un proceso muy preciso puede producir un output totalmente defectuoso si la media está muy desplazada del valor nominal y un proceso con la media perfectamente centrada puede producir una cierta proporción de defectos si su dispersión (en relación al valor 2T) es elevada, es decir, si es poco preciso en relación a la tolerancia. Por consiguiente, para evitar que el proceso produzca una proporción inaceptable de defectos, *se ha de controlar la media y la dispersión* del output.

Ahora se puede concretar los conceptos de *proceso poco preciso* y *proceso suficientemente preciso*. Un proceso es *poco preciso* cuando, funcionando correctamente y estando la media perfectamente centrada entre los valores LDL y UDL, su dispersión es tal que produce una proporción de unidades defectuosas superior a la que se considera aceptable (evidentemente, el proceso es *suficientemente preciso* en caso contrario). Por consiguiente, que un proceso sea o no *poco* o *suficientemente preciso* depende del valor de 2T *y también de la proporción de defectos que se establezca como aceptable*, lo cual depende de la política de calidad de la empresa que, por supuesto, está condicionada por las características del segmento de mercado a que se dirige.

Si el proceso es *poco preciso* se considera que está *bajo control* si está perfectamente centrado y *fuera de control* o *desajustado* en caso contrario. Si es *suficientemente preciso* se considera que está bajo control si la media se encuentra en cierto intervalo (interior a [LDL,UDL]), tal que si la media no está fuera del mismo, la proporción de unidades defectuosas es aceptable.

En un control de proceso se extrae una muestra del output con una cierta frecuencia, se examina la muestra y se determinan ciertas características de la misma, que se comparan con unos valores de referencia. Estos valores se determinan con la condición de que si el proceso está bajo control la probabilidad de que la comparación arroje un resultado negativo sea baja (el valor concreto se ha de determinar en cada caso y corresponde al riesgo del productor); por supuesto, se desea también que si el proceso está fuera de control la probabilidad de que la comparación dé un resultado negativo sea elevada (esta probabilidad corresponde al riesgo del consumidor). Conviene hacer énfasis en esto último porque se suele olvidar (tal como se ha comprobado incluso mediante encuesta a empresas que aplican el control estadístico del proceso), en lo que corresponde indudablemente una parte de la responsabilidad a algunos de los textos en que se expone el fundamento del control del proceso; la consecuencia es que se diseñan planes de inspección para el control del proceso en que ciertamente la probabilidad de considerarlo fuera de control cuando realmente funciona correctamente es baja, pero también lo es la probabilidad de considerarlo desajustado cuando realmente lo está, con lo cual, evidentemente, los resultados obtenidos se alejan del objetivo propuesto. Así pues, también al control de proceso son aplicables los conceptos de riesgo de 1ª y de 2ª especie y deben calcularse ambos (al respecto, una característica del plan de inspección que resulta útil por su facilidad de interpretación es la *longitud de ráfaga media* o ARL - *average run length* -, es decir, el número medio de muestras a extraer antes de considerar que el proceso está desajustado, que, evidentemente, dada la dispersión, es función de la media del output).

Tal como ocurre en el control de aceptación, el control del proceso puede ser por atributos o por variables, aunque este último puede considerarse más típico dado que permite obtener la misma eficacia con un tamaño de muestra más reducido, lo que muchas veces es muy importante.

Como puede verse, por lo dicho hasta aquí, el enfoque tradicional de los planes de inspección para el control del proceso se basa en los valores de los riesgos de 1ª y 2ª especie, sin tener en cuenta explícitamente los costes. La incorporación de éstos a los modelos para el diseño de los planes de inspección presenta aún mayores dificultades que en el control de recepción, porque interviene la frecuencia del muestreo y la probabilidad de que el proceso cambie de estado (a diferencia del control de recepción en el que no se supone o no se tiene en cuenta - más allá de la repercusión en los valores de las probabilidades a priori - una dependencia entre la calidad de los lotes sucesivos).

11.1.4.1 Control por variables

En la exposición que se puede denominar clásica o tradicional del control de proceso por variables se supone que se utiliza una magnitud que sigue una ley normal. No nos separaremos radicalmente de este enfoque, pero conviene advertir que *este supuesto*, que indudablemente será correcto en muchas ocasiones, *no es universalmente válido* y que, por consiguiente, *ha de ser comprobado y el diseño de los planes de inspección ha de ser adaptado, cuando no se cumpla, a la distribución que siga efectivamente la variable utilizada para el control.* En el mismo sentido, y aunque esto tiene menor importancia, conviene también señalar que tradicionalmente se ha utilizado como medida de la dispersión de la muestra su *rango* o *recorrido*, es decir, la diferencia entre el mayor y el menor de los valores aparecidos en la muestra, del cual se deduce la desviación tipo y que al menos una parte de la justificación de esta práctica, a saber, la mayor facilidad de cálculo del rango (bastan unas comparaciones y una resta) ha perdido prácticamente toda relevancia actualmente, dados los medios de cálculo disponibles, incluso a pie de máquina.

Los datos de partida son LDL y UDL y, por consiguiente, 2T, así como μ, valor nominal o de proyecto de la magnitud a controlar, que supondremos igual a (LDL+UDL)/2. Se necesita, además, una medida de la dispersión de la magnitud cuando el proceso está bajo control, que se deberá obtener a partir de muestras del output; a partir de estas muestras pueden utilizarse los métodos habituales para estimar la desviación tipo de una ley normal o se puede utilizar el rango o recorrido medio de las muestras, del que se puede deducir una estimación de la desviación tipo mediante la expresión:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_n}$$

donde $\hat{\sigma}$ es la estimación de la desviación tipo y $\bar{R}$, el rango o recorrido medio de las muestras (los valores de d_n, que dependen del tamaño de las muestras *n*, se encuentran en la tabla de la *figura 11.1.4.1.1*).

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_n	1'128	1'693	2'059	2'326	2'534	2'704	2'847	2'970	3'078

Fig. 11.1.4.1.1 Coeficientes para la estimación de la desviación tipo a partir del rango o recorrido medio

Con esta información se ha de determinar, en primer lugar, si el proceso es o no suficientemente preciso. En el caso de ley normal se ha considerado tradicionalmente que el proceso es suficientemente preciso si $2T > 6\sigma$ (lo que corresponde a una proporción fuera del intervalo [LDL,UDL] menor del 2'6 ‰) y poco preciso en caso contrario ($2T \leq 6\sigma$); conviene insistir en que ello depende de cada aplicación y que una proporción de elementos defectuosos del 2'6 ‰ puede ser considerada excesiva hoy en día para procesos con altas exigencias de calidad. En cualquier caso, no hay dificultades mayores para determinar si el proceso es o no suficientemente preciso.

Si no lo es, lo que hay que controlar es que la media del proceso no se desvíe del valor μ y que la dispersión se mantenga. Para ello se establecen (*fig. 11.1.4.1.2*) dos líneas de alarma (LWL y UWL, de *lower warning limit* y *upper warning limit*) tales que si la media del proceso es μ la probabilidad de que la media de una muestra del output, de tamaño *n*, las sobrepase, por defecto y por exceso, respectivamente, tenga un valor relativamente pequeño (tradicionalmente del 2'5 %); asimismo, se establecen dos líneas de actuación (LAL y UAL) tales que la probabilidad de que la media de la muestra las sobrepase, por defecto y por exceso, respectivamente, en el supuesto de que la media del proceso es μ, sea aún menor (tradicionalmente del 1 ‰). Análogamente, se establecen líneas de alarma y de actuación para el control de la dispersión (habitualmente, la magnitud que es objeto de comparación es el rango o recorrido de la muestra); obsérvese que si el recorrido de la muestra rebasa las líneas superiores ello puede indicar que la dispersión ha aumentado, pero que si rebasa las líneas inferiores puede indicar que las cosas van mejor de lo esperado, lo que da a la utilización del gráfico de control de la dispersión un matiz distinto en relación al gráfico de utilización de la media (de hecho, a veces las líneas inferiores se omiten en el gráfico de control de la dispersión).

Una vez establecidas las líneas de control, se van extrayendo muestras y situando en los gráficos los valores correspondientes. Si el punto rebasa las líneas de actuación, se considera que el proceso está fuera de control (ya que si estuviera bajo control, la probabilidad de que suceda este hecho es muy pequeña) y se procede a revisar el proceso; si el punto no rebasa las líneas de actuación pero sí las de alarma (lo que es relativamente

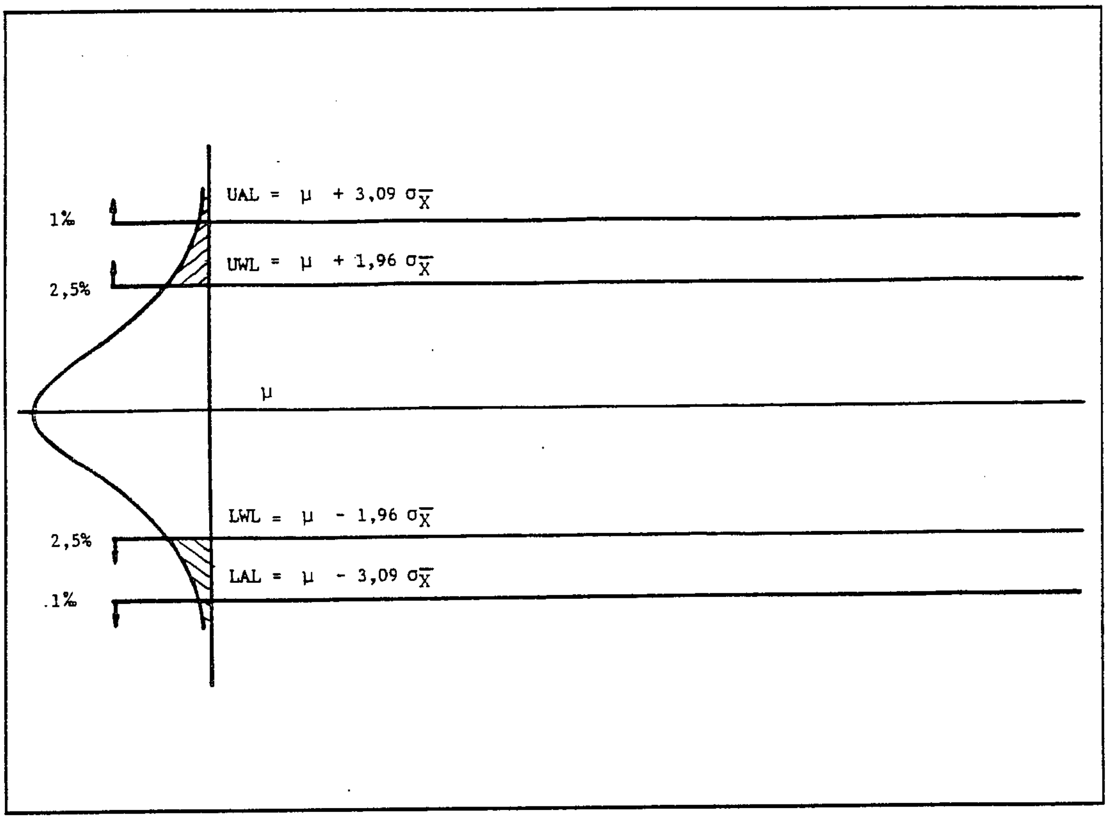


Fig. 11.1.4.1.2 Líneas de alarma y de actuación en un gráfico de control de la media

poco probable si el proceso funciona correctamente), lo que se hace habitualmente es sacar inmediatamente otra muestra: si los valores de esta muestra adicional rebasan de nuevo los límites de alarma (o, por supuesto, los de actuación), se procede también a revisar el proceso. Queda claro, pues, que existe una probabilidad, fácil de calcular, de que el sistema dé una falsa alarma, es decir, que parezca indicar que las cosas van mal cuando en realidad van bien (riesgo de 1ª especie); por supuesto, si van mal, existe también una probabilidad de que el sistema de control parezca indicar que van bien (riesgo de 2ª especie).

La posición de las líneas de control es fácil de determinar, teniendo en cuenta que la media de las muestras procedentes de una población normal sigue una distribución asimismo normal, con la misma media y con unas desviación tipo:

$$\sigma_{\overline{X}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Por tanto, para los valores típicos de las probabilidades asociadas a las líneas de alarma y de actuación:

$$UWL = \mu + 1'96 \cdot \sigma_{\bar{x}} = \mu + \frac{1'96 \cdot \bar{R}}{\sqrt{n} \cdot d_n} = \mu + \bar{R} \cdot A'_{0'025}; \quad LWL = \mu - \bar{R} \cdot A'_{0'025}$$

$$UAL = \mu + 3'09 \cdot \sigma_{\bar{x}} = \mu + \frac{3'09 \cdot \bar{R}}{\sqrt{n} \cdot d_n} = \mu + \bar{R} \cdot A'_{0'001}; \quad LAL = \mu + \bar{R} \cdot A'_{0'001}$$

Los valores de los coeficientes A están tabulados en la *figura 11.1.4.1.3.*

Las expresiones correspondientes al gráfico de control del recorrido son:

$$UWL = \bar{R} \cdot D_{0'025}; \quad LWL = \bar{R} \cdot D_{0'975}$$

$$UAL = \bar{R} \cdot D_{0'001}; \quad LAL = \bar{R} \cdot D_{0'999}$$

Los coeficientes D se encuentran tabulados asimismo en la *figura 11.1.4.1.3.*

n	COEFICIENTES							
	A' 0'025	A' 0'001	A" 0'025	A" 0'001	D 0'999	D 0'975	D 0'025	D 0'001
2	1'229	1'937	1'510	0'802	0	0'04	2'81	4'12
3	0'668	1'053	1'157	0'771	0'04	0'18	2'17	2'98
4	0'476	0'750	1'025	0'750	0'10	0'29	1'93	2'57
5	0'377	0'594	0'952	0'734	0'16	0'37	1'81	2'34
6	0'316	0'498	0'904	0'722	0'21	0'42	1'72	2'21
7	0'274	0'432	0'869	0'711	0'26	0'46	1'66	2'11
8	0'243	0'384	0'842	0'702	0'29	0'50	1'62	2'04
9	0'220	0'347	0'820	0'694	0'32	0'52	1'58	1'99
10	0'201	0'317	0'803	0'686	0'35	0'54	1'56	1'93

Figura 11.1.4.3 Coeficientes para la determinación de las líneas de control, para variables distribuidas según la ley normal

En el caso de un proceso suficientemente preciso, la media del proceso puede desplazarse dentro de cierto intervalo, centrado en el valor μ. La definición de dicho intervalo depende, por supuesto de lo que se considere como calidad aceptable; si la proporción de defectos que se considera admisible es del 1 ‰, la media del proceso puede situarse entre $LDL + 3'09\sigma$ y $UDL - 3'09\sigma$ (obsérvese que por coherencia debería considerarse el proceso poco preciso si $2T \leq 6'18\sigma$) y a partir de esta observación es fácil establecer las líneas de control; por ejemplo, UWL:

$$UWL = UDL - 3'09 \cdot \sigma + 1'96 \cdot \sigma_{\bar{x}} = UDL - \frac{\bar{R}}{d_n} \cdot \left(3'09 - \frac{1'96}{\sqrt{n}} \right) = UDL - \bar{R} \cdot A''_{0'025}$$

y análogamente para las otras líneas. En definitiva:

$$UWL = UDL - \bar{R} \cdot A''_{0'025}; \quad LWL = LDL + \bar{R} \cdot A''_{0'025}$$

$$UAL = UDL - \bar{R} \cdot A''_{0'001}; \quad LAL = LDL - \bar{R} \cdot A''_{0'001}$$

En la ya citada *figura 11.1.4.1.3* se ha tabulado también los coeficientes A".

Obsérvese que, en el enfoque expuesto, la decisión se basa únicamente en la información contenida en la última muestra extraída (salvo el caso de alarma, que desencadena la extracción inmediata de otra muestra) y se prescinde de la información obtenida con las muestras anteriores. Esta puede ser tenida en cuenta de diversas formas (por ejemplo, en el caso de proceso poco preciso: actuar si hay más de 7 muestras de media creciente - o decreciente -, o más de 7 muestras por encima - o por debajo - de la media; como se ve, son hechos con probabilidad muy pequeña en el supuesto de que el proceso se encuentre bajo control); la más elaborada son los gráficos de sumas acumuladas, cuya exposición excede de los límites de este texto.

Veamos, finalmente, un ejemplo de cálculo de las líneas de alarma y actuación para gráficos de control de la media y la dispersión. Supondremos un valor nominal de 1'000 unidades (u), con LDL = 0'995 u y UDL = 1'005 u (así pues, 2T = 0'010 u) y que se ha comprobado previamente que es aceptable la hipótesis de normalidad de la variable. Se han extraído 16 muestras de 5 unidades, con los resultados que aparecen en la *figura 11.1.4.1.4*.

Por consiguiente:

$$\bar{R} = \frac{67'5}{16} \cdot 10^{-3}\, u = 0'0042\, u$$

De donde:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_5} = \frac{0'0042}{2'326} = 0'0018\,u$$

Y por lo tanto el proceso es poco preciso ya que $6\sigma > 2T$.

Muestra nº	Desviación del valor nominal en *u*/1000					Media muestra	Rango
	-2	1	3	0	-1	0'2	5
1	2	2'5	2	2'5	-2'5	1'3	5
2	-2'5	2'5	1'5	1	-0'5	0'4	5
3	0	-1	2	1	-1	0'2	3
4	-1'5	-0'5	2	2'5	1	0'7	4
5	-0'5	1'5	-2'5	-2	-2	-1'1	4
6	-2	-2'5	1	2	2'5	0'2	5
7	-1'5	-2'5	1'5	-0'5	-1'5	-0'9	4
8	-1'5	0	-0'5	1'5	2'5	0'4	4
9	-0'5	2	-2	1	-0'5	0	4
10	-2'5	1	-1	2	-2'5	-0'6	4'5
11	0	-1'5	1'5	-2	1	-0'2	3'5
12	-2	-2	-2'5	1	2	-0'7	4'5
13	-2	-0'5	-0'5	-2'5	1	-0'9	3'5
14	-1'5	2'5	1'5	1	1'5	1'0	4
15	2	-2	2'5	-1	1'5	0'6	4'5
16							
SUMAS						0'6	67'5

Fig. 11.1.4.1.4 Datos correspondientes a 16 muestras de 5 unidades del output de un proceso

Por consiguiente, los límites de control para la media son:

$$UAL = 1'000 + 0'594 \times 0'0042 = 1'0025$$

$$UWL = 1'000 + 0'377 \times 0'0042 = 1'0016$$

$$\mu = 1'0000$$

$$LWL = 1'000 - 0'377 \times 0'0042 = 0'9984$$

$$UWL = 1'000 - 0'594 \times 0'0042 = 0'9975$$

y para el recorrido:

$$UAL = 0'0042 \times 2'34 = 0'0098$$

$$UWL = 0'0042 \times 1'81 = 0'0076$$

$$\text{Valor medio} = 0'0042$$

$$LWL = 0'0042 \times 0'37 = 0'0016$$

$$UWL = 0'0042 \times 0'16 = 0'0007$$

En la *figura 11.1.4.1.5* se han representado los gráficos de control y en ellos los puntos correspondientes a las 16 muestras. Nada se opone a considerar que el proceso estaba bajo control cuando se extrajeron las muestras, por lo que se puede considerar válida la estimación de la dispersión y dar los gráficos por definitivos (si en el gráfico de control del rango hubiera puntos fuera de los límites, debería obtenerse información complementaria).

11.1.4.2 Control por atributos

Las ideas anteriores son aplicables también al control por atributos.

Baste un pequeño ejemplo. En un proceso administrativo un empleado clasifica documentos y se considera aceptable una proporción del 2% de objetos mal clasificados. Una forma de controlar este proceso consiste en extraer una muestra de los objetos, digamos de 100 objetos, y comprobar si su clasificación es correcta o no; el número de objetos mal clasificados es la característica de la muestra a comparar con un valor (o unos valores) de referencia. Si la proporción de objetos mal clasificados es 0'02, la probabilidad de que una muestra de 100 contenga 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... objetos mal clasificados es 0'13, 0'27, 0'27, 0'18, 0'09, 0'04, 0'01, ... y la probabilidad acumulada 0'13, 0'40, 0'67, 0'85, 0'94, 0'98, 0'99, ...; se puede establecer, por ejemplo, una línea de control correspondiente a 4 objetos mal clasificados en la muestra: la probabilidad de superar este valor es sólo del 6% si el proceso está bajo control; es decir, en un 6% de las ocasiones se consideraría que el proceso está fuera de control sin que lo estuviera realmente. Por otra parte, si la proporción de objetos mal clasificados se doblara, es decir, pasara a ser del 4%, la probabilidad de rebasar la línea de control sería aproximadamente del 37 %, por lo que el número medio de muestras extraídas antes de que el sistema de control indicara un posible desajuste sería de 2'7.

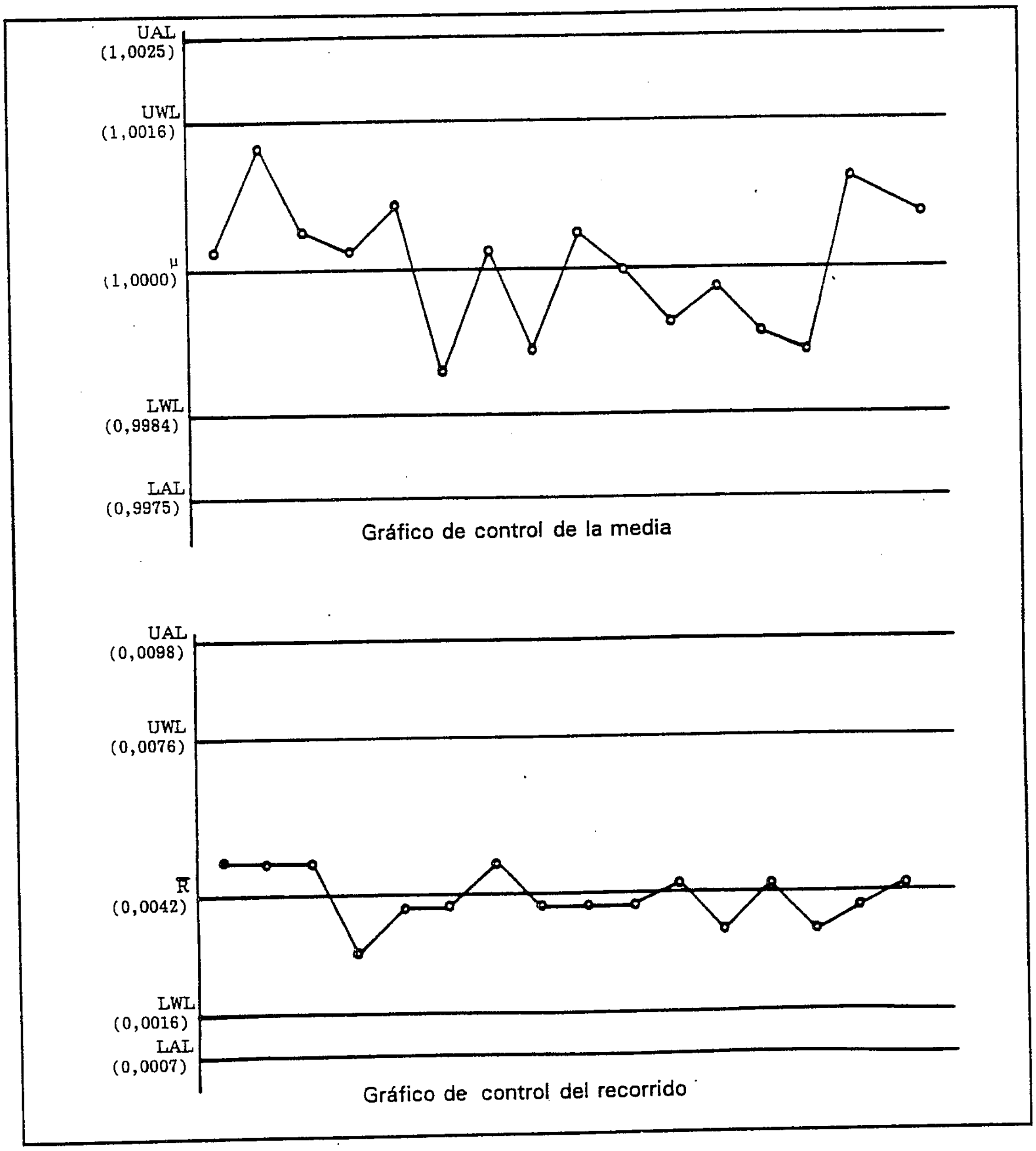


Fig. 11.1.4.1.5 Gráficos de control de la media y del recorrido, con los puntos representativos de las 16 muestras

Anexo 11.1.1

Un modelo de costes para el control del proceso

Tal como se ha indicado, la consideración explícita de los costes en el diseño de un plan de inspección para el control del proceso presenta dificultades importantes. Aquí se presenta un modelo para un caso definido por un conjunto de hipótesis relativamente simples.

Supondremos que un proceso produce piezas, de tal modo que cuando está bajo control (estado Ω_0) la proporción de unidades defectuosas es ω_0 y cuando está desajustado (estado Ω), ω. El plan de inspección consiste en examinar una pieza cada N piezas producidas y, si es defectuosa, ajustar el proceso. Supondremos que el coste de la inspección es I, el de ajustar el proceso, K, y el de producir una pieza defectuosa C (en unidades monetarias, *um*). Supondremos asimismo que la probabilidad de que el sistema se mantenga en el estado Ω_0 después de producir N piezas es q y que cuando se encuentra en el estado Ω se mantiene en él indefinidamente si no se efectúa un ajuste (*figura 11.A.1.1.1*)

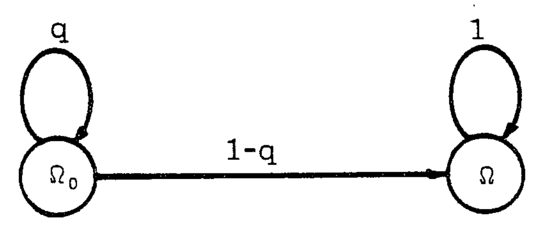


Fig. 11.A.1.1.1 Probabilidades de transición espontánea entre los estados del sistema, cada N piezas producidas

ESTADO INICIAL	ESTADO FINAL	
	Ω_0	Ω
Ω_0	q	$1 - q$
Ω	ωq	$1 - \omega q$

Fig. 11.A.1.1.2 Probabilidades de transición entre los estados del sistema cuando se aplica el plan de inspección

Si definimos como un ciclo el intervalo que transcurre entre los dos instantes inmediatamente anteriores a la extracción de una muestra, las probabilidades de transición, en un ciclo, entre los dos estados del sistema son los elementos de la matriz de la *figura 11.A.1.1.2.*

Si denominamos x e y a las probabilidades de que el sistema, en régimen permanente, se encuentre, al comienzo de un ciclo, en los estados Ω_0 y Ω, respectivamente, se ha de cumplir:

$$q \cdot x + \omega \cdot q \cdot x = x$$

$$(1-q) \cdot x + (1-\omega \cdot q) \cdot y = y$$

De donde:

$$x = \frac{q \cdot \omega}{1 - q \cdot (1-\omega)}; \qquad y = \frac{1-q}{1-q \cdot (1-\omega)}$$

Y si denominamos Q_x y Q_y a los costes medios, por ciclo, en régimen permanente, prescindiendo del coste de inspección, correspondientes, respectivamente, a los ciclos que se inician con el proceso en el estado Ω_0 y en el estado Ω, los costes medios por ciclo en régimen permanente serán:

$$x \cdot Q_x + y \cdot Q_y$$

En el supuesto de que el desajuste, si se da, se produzca al final del ciclo:

$$Q_x = K \cdot \omega_0 + N \cdot \omega_0 \cdot C$$

$$Q_y = K \cdot \omega + [\omega \cdot N \cdot \omega_0 + (1-\omega) \cdot N \cdot \omega] \cdot C$$

De lo que resulta, en los supuestos expresados, teniendo en cuenta que cada ciclo comprende N piezas, que el coste medio por pieza es:

$$g = \frac{C \cdot [\omega_0 + (1-\omega) \cdot (1-q)] + \frac{K}{N} \cdot [1 - (1-\omega_0) \cdot q]}{1 - (1-\omega) \cdot q} \cdot \omega$$

Supongamos ahora que la probabilidad de que el proceso se desajuste, si estaba bajo control, después de hacer cada pieza es r. Entonces:

$$q = r^N$$

La probabilidad de que, estando inicialmente el proceso ajustado, la pieza $k+1$ sea defectuosa es:

$$\omega_0 \cdot r^k + \omega \cdot (1 - r^k) = \omega - (\omega - \omega_0) \cdot r^k$$

por lo cual, la esperanza matemática del número de piezas defectuosas en un ciclo que empieza con el proceso bajo control es:

$$N \cdot \omega - (\omega - \omega_0) \cdot \frac{1 - r^N}{1 - r}$$

de donde:

$$g = \omega \cdot \frac{\left[(1 - r^N) \cdot \left(1 - \frac{\omega - \omega_0}{N \cdot (1 - r)}\right) + \omega \cdot r^N\right] \cdot C + \left[(1 - r^N) + \omega_0 \cdot r^N\right] \cdot \frac{K}{N}}{(1 - r^N) + \omega \cdot r^N}$$

Si la inspección es muy frecuente (el caso extremo es N=1), los costes debidos a los ajustes serán altos (se realizarán ajustes innecesarios aunque habrá también ocasiones en que el proceso estará desajustado y no se detectará); si es poco frecuente, los costes debidos a los ajustes serán bajos, pero serán altos los correspondientes a la producción de unidades defectuosas (el caso extremo corresponde a no efectuar inspección alguna, con lo cual, en régimen permanente, el proceso estará siempre desajustado y los costes medios por pieza serán $C\omega$). El modelo permite determinar la frecuencia de inspección óptima, teniendo en cuenta, por supuesto, los costes de inspección, con lo cual el coste medio por pieza es:

$$G = \frac{I}{N} + g$$

11.2 Bibliografía

[1] GARBIN, M; INVREA, G. *El control de calidad*. Deusto, 1979.

[2] GRANT, E. L; LEAVENWORTH, R. S. *Statistical Quality Control*. McGraw-Hill, 1972.

[3] ISHIKAWA, K. *La gestion de la qualité*. Dunod, 1984 (Guía de control de calidad. Unipub, 1985).

[4] JURAN, J. M., ed. *Manual de control de calidad*. Reverté, 1983.

[5] MOTHES J, TORRENS-IBERN, J. *Estadística aplicada a la ingeniería*. Ariel, 1964.

[6] PALOM, F. J. *Círculos de calidad. Teoría y práctica*. Marcombo, 1987.

[7] PEÑA, D. *Estadística, modelos y métodos*. Alianza, 1986.

[8] PEÑA, D; PRAT, A. *Cómo controlar la calidad*. Instituto de la Pequeña y Mediana Empresa Industrial, 1986.

[9] PEPIÓ, M; POLO, C. *Control de calidad por sumas acumuladas*. Qüestiió, vol. 12, nº1, pp. 43-59, 1988.

[10] POLA, A. *Aplicación de la Estadística al control de calidad*. Marcombo, 1988.

[11] TAGARAS, G; LEE, H. L. *Economic Design of Control Charts with Different Control Limits for Different Assignable Causes*. Management Science, vol. 34, nº 11, November 1988, pp. 1347-1366.

[12] YU, L. *El control de calidad en la empresa*. Deusto, 1984.

Comentarios

Sobre este tema existe una bibliografía muy abundante y de muy diversa naturaleza; la que aquí se cita dista muchísimo, por consiguiente, de ser exhaustiva. [8], [10] y [12] son textos breves, de los que [8] puede considerarse el más satisfactorio. Los fundamentos estadísticos del control de calidad pueden ampliarse en [2], [5] y [7]. [1] y, especialmente, [4] son obras extensas sobre el tema. Para el control por sumas acumuladas, [9]; sobre el diseño económico de planes de control de proceso, [11]. Para el enfoque y las técnicas japonesas, [3] y, en relación a ellas, sobre los círculos de calidad, [6].

11.3 Problemas resueltos

11.3.1 Un proveedor nos remite cajas que contienen un número muy elevado de ejemplares de determinado elemento electrónico. Se considera que la calidad es aceptable si la proporción de defectuosos es igual o inferior al 2‰ y que es indeseable si alcanza el 2%.

Se trata de establecer un plan de inspección de tal forma que cuando la caja sea de calidad aceptable se acepte con una probabilidad del 95% y que cuando la calidad sea indeseable se rechace con una probabilidad del 99%, así como de determinar, para este plan de inspección, la calidad media de salida en función de la calidad de entrada y también la peor calidad media de salida.

La calidad aceptable (AQL) es:

$$\omega_1 = 0'002$$

La calidad indeseable (LTFD):

$$\omega_2 = 0'02$$

El riesgo del productor:

$$\alpha = 1 - 0'95 = 0'05$$

Y el del consumidor:

$$\beta = 1 - 0'99 = 0'01$$

Si el plan consiste en sacar una muestra de *n* elementos y determinar cuántos elementos defectuosos contiene, *x*, rechazando si $x > c$ y aceptando un caso contrario, se trata de determinar *n* y *c* con las condiciones:

$$P_a(\omega_1) = P_a(0'002) \geq 1 - \alpha = 0'95$$

$$P_a(\omega_2) = P_a(0'02) \leq \beta = 0'01$$

donde $P_a(\omega)$ expresa la probabilidad de aceptar el lote, la cual para *n* y *c* dadas, depende de ω.

Dicha probabilidad de aceptación corresponde, en las condiciones del enunciado, a la ley binomial, pero el cálculo resulta mucho más cómodo (y suficientemente aproximado ya que los valores de ω son bajos) con las probabilidades correspondientes a la ley de Poisson de media

$$\lambda = n \cdot \omega$$

La determinación del par (n, c) se lleva a cabo de la siguiente forma: se determina, para valores crecientes de c, la media de una ley de Poisson tal que $P_r(x \leq c) = \beta$; esta media es igual a $n \cdot \omega_2$, de donde se deduce n y se calcula para una ley de Poisson de media $n \cdot \omega_1$, $P_r(x \geq c)$; si ésta no es satisfactoria se aumenta c en una unidad y así se prosiguen los cálculos hasta hallar (n, c) que cumplan las dos condiciones.

Los resultados de estos cálculos se recogen en la tabla siguiente:

c	$n \cdot \omega_2 \mid Pr(x \leq c) = 0'01$	$n = \frac{n \cdot \omega_2}{\omega_2}$	$n \cdot \omega_1$	$Pr(x > c)\ (\lambda = n \cdot \omega_1)$
0	4'6	230	0'46	0'370
1	6'6	330	0'66	0'140
2	8'4	420	0'84	0'053
3	10'0	500	1'00	0'020

Así pues, hay que sacar muestras de $n = 500$ elementos, aceptar el lote si el número de piezas defectuosas es igual o menor que 3 y rechazarlo en caso contrario. El par de valores $n = 420$, $c = 2$ casi cumple las condiciones impuestas, pero si hay que respetarlas estrictamente:

$$(n, c) = (500, 3)$$

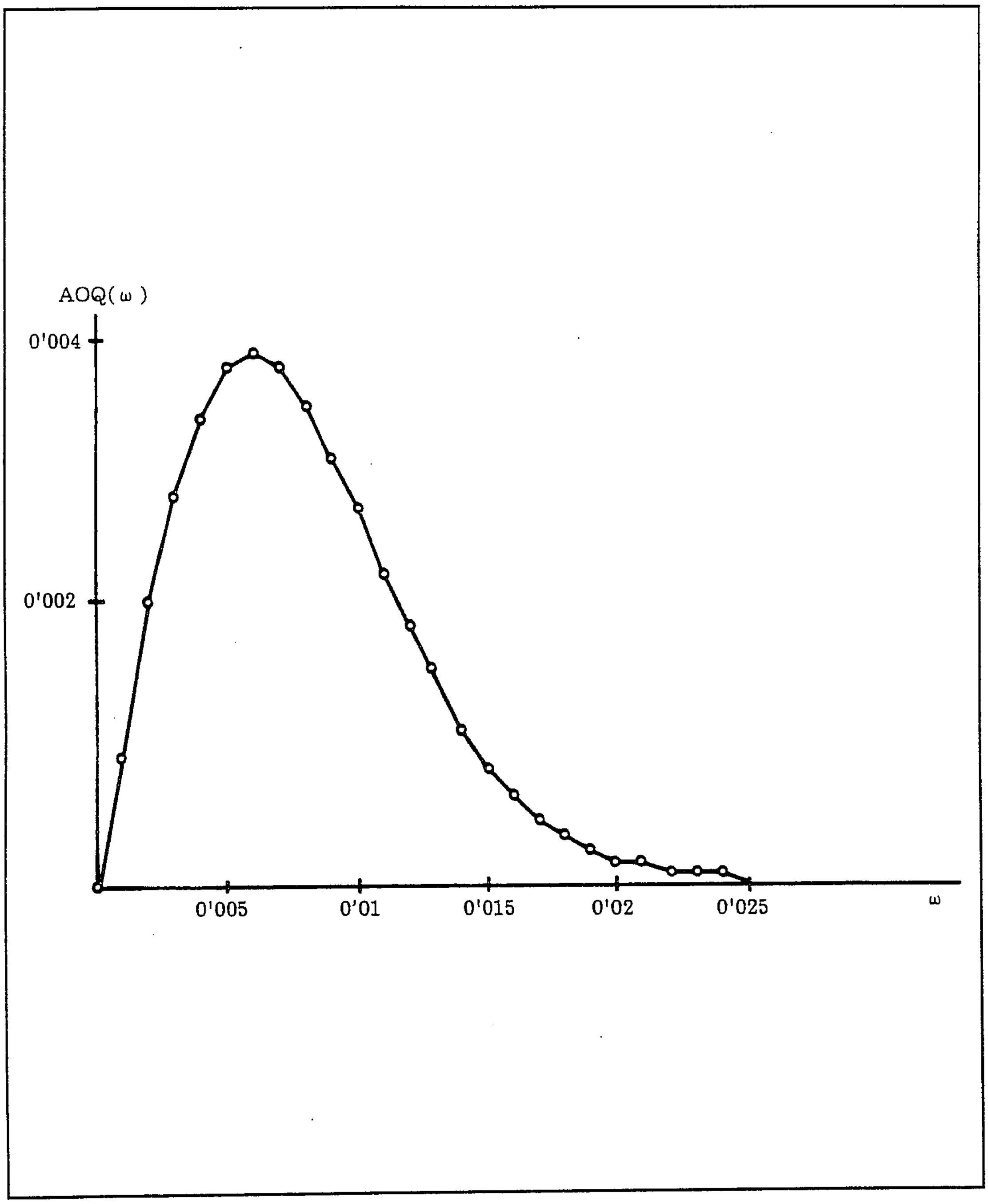
Con este plan de inspección, si se supone que los lotes rechazados son inspeccionados al 100% (con substitución de las piezas defectuosas por piezas buenas), la calidad media de salida es:

$$AOQ(\omega) = P_a(\omega) \cdot \omega \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) \approx P_a(\omega) \cdot \omega$$

(ya que N, tamaño del lote, es muy grande).

Los valores de AOQ (ω) para diversos valores ω se encuentran en la tabla adjunta.

La peor calidad media de salida (AOQL) es 0'0039 (0'39% de piezas defectuosas) y corresponde a una ω = 0'006.



Curva AOQ(w)

ω	AOQ(ω)
0'000	0'0000
0'001	0'0010
0'002	0'0020
0'003	0'0028
0'004	0'0034
0'005	0'0038
0'006	0'0039
0'007	0'0038
0'008	0'0035
0'009	0'0031
0'010	0'0027
0'011	0'0022
0'012	0'0018
0'013	0'0015
0'014	0'0012
0'015	0'0009
0'016	0'0007
0'017	0'0005
0'018	0'0004
0'019	0'0003
0'020	0'0002
0'021	0'0002
0'022	0'0001
0'023	0'0001
0'024	0'0001
0'025	0'0000

Tabla de valores de AOQ(w)

11.3.2 Recibimos piezas en cajas de 100 unidades; 1/3 de las cajas contienen 1 pieza defectuosa y los otros 2/3, 10 piezas defectuosas. El coste de inspeccionar una pieza es de 10 PTA; si una pieza defectuosa pasa a producción el coste es de 1000 PTA.

¿Cuál es el coste total medio, por pieza, para cada uno de los planes de inspección siguientes?:

a) Control al 100%

b) No control

c) Se saca una pieza de la caja; si es buena se acepta la caja; si es defectuosa se hace un control al 100%

a) 10 PTA/pieza

b) La proporción de piezas defectuosas en el conjunto es:

$$\frac{1}{3}\times 0'01 + \frac{2}{3}\times 0'1 = \frac{0'21}{3} = 0'07$$

Por lo tanto, el coste medio por pieza en caso de no control es:

$$0'07\times 1000 = 70 \text{ PTA/pieza}$$

c) El coste medio por caja es:

$$10 + \frac{1}{3}\times(0'01\times 99\times 10 + 0'99\times 1000) + \frac{2}{3}\times(0'1\times 99\times 10 + 0'9\times 10\times 1000) =$$

$$= 10 + \frac{1}{3}\times 999'9 + \frac{2}{3}\times 9099 = 6399'3$$

es decir, 63'99 PTA/pieza.

11.4 Enunciados

11.4.1 La MUNDIAL (Montaje Uniforme y Distribución de Aparatos Ligeros) fabrica 1000 unidades diarias de un determinado producto. Cada unidad incluye un componente que la MUNDIAL adquiere, en cajas de 10 unidades, a los dos únicos proveedores, A y B, a quienes razonablemente puede recurrir (500 unidades diarias a cada uno, siendo ésta la cantidad máxima que pueden suministrar).

Si se monta un componente defectuoso, se detecta en la prueba final del producto, que se realiza para todas las unidades, y el producto se debe rehacer, con unos costes de 1800 unidades monetarias. Para evitarlo, el antiguo Director de Producción y Calidad de la MUNDIAL implantó una inspección al 100% de los componentes, con un coste de 100 um/unidad; la inspección es sin errores y cuando se detecta un componente defectuoso es substituido por otro correcto, sin coste adicional. Los datos procedentes de la inspección indican que, de las cajas suministradas por el proveedor A, la mitad contienen únicamente unidades correctas y la otra mitad, una unidad defectuosa; respecto las cajas procedentes de B, la mitad contienen dos componentes defectuosos y la otra mitad, tres.

¿Qué haría si fuera el nuevo Director o la nueva Directora de Producción y Calidad de la MUNDIAL?

11.4.2 El peso de un producto envasado es de 1000 g, con una tolerancia de ± 5 g. La máquina automática que llena los paquetes lo hace según una ley uniforme comprendida entre m-2 y m+2, donde *m* es el peso medio. Se controla el peso de 1 de cada 100 paquetes.

a) Establezca y dibuje las líneas de un gráfico de control de la media de este proceso.

b) Dibuje en el gráfico, las observaciones 999'873, 1002'377, 1004'801, 1004'953, 1004'928, 1005'003 y diga qué haría después de cada una de ellas.

c) Si m = 1004 g, ¿cuál es el número medio de paquetes que serán producidos antes de que el proceso sea regulado? ¿Cuál será, en este caso, el número medio de paquetes defectuosos producidos?

11.4.3 Una empresa desea establecer las líneas límite de control para un determinado proceso.

Para ello ha extraído 10 muestras, de 4 unidades cada una, de la pieza fabricada mediante el proceso a controlar.

Las especificaciones de dicha pieza indican una longitud nominal de 1040 mm, con una tolerancia de ± 4 mm.

Los resultados del muestreo han sido los siguientes:

Muestra nº	Desviación respecto al valor nominal
1	3, 2, -1, 1
2	4, -2, 3, -1
3	3, 3, 1, 0
4	3, 2, -2, 0
5	-3, 4, -2, 1
6	2, 2, 3, -1
7	-3, 2, -1, -1
8	3, -1, 2, 4
9	2, -3, -1, -2
10	3, -2, 5, -1

Establecer los límites de control para la media y el recorrido.

11.4.4 Una máquina automática fabrica neumáticos, de los que son correctos el 99%. Los defectuosos se han de vender a precio de saldo con una pérdida de 1000 *um*/unidad.

La máquina puede desajustarse y entonces la proporción de neumáticos defectuosos aumenta hasta el 10%.

Cuando la máquina está ajustada, la probabilidad de que se desajuste después de hacer un neumático es del 2%.

Actualmente, los neumáticos se llevan al almacén, donde son objeto de una inspección, y si se detecta una proporción alta de defectuosos se procede a ajustar la máquina antes de empezar la jornada de trabajo. El ajuste (incluyendo las pérdidas de producción debidas al paro de la máquina) tiene un coste de 100.000 *um*.

En el marco de un programa de mejora de la calidad y productividad se ha decidido inspeccionar, a la salida de la máquina, uno de cada N neumáticos y, si resulta defectuoso, ajustar. Esta inspección es muy sencilla y su coste se estima en unas 100 *um*.

¿Cuál es el valor de N más adecuado ?

11.4.5 Preparar un programa y realizar una simulación del siguiente procedimiento de control de calidad bayesiano.

La calidad "real" de los lotes sigue una ley "beta" de parámetros conocidos para la simulación. Un primer sorteo nos conduce a la calidad del lote y su tamaño. De la historia disponemos de una ley "a priori" también "beta" de parámetros conocidos cada vez. El número de defectuosos encontrados en una muestra de n elementos (valor fijo) resultado de un segundo sorteo definirá las características de la distribución " a posteriori", y de aquí la eventual aceptación o rechazo del lote. Los datos obtenidos, calidad de la muestra, permitirán actualizar los parámetros de la distribución "a priori" para la próxima vez, mediante un procedimiento de ajuste exponencial.

La simulación debe intentar poner de manifiesto la relación existente, al aplicar el procedimiento, entre la calidad "real" del lote y la calidad "estimada", por ejemplo analizando la distribución del cociente de las medias y del cociente de las desviaciones tipo.

Posteriores desarrollos podrían conducir a determinar los parámetros del muestreo a partir de consideraciones económicas y de los valores "a priori".

11.4.6 El coste total esperado en un control de calidad bayesiano puede representarse mediante:

$$TC = K_1 + n \cdot K_2 + \sum_{x=0}^{n} p(x) \cdot \int_0^1 [w \cdot (N-n) \cdot C_d + x \cdot C_r] \cdot \tau(w|x) \cdot dw +$$

$$+ \sum_{x=k+1}^{n} p(x) \cdot \int_0^1 [(N-n) \cdot K_2 + w \cdot N \cdot C_r] \cdot \tau(w|x) \cdot dw$$

donde:

N	=	tamaño del lote
n	=	tamaño de la muestra
x	=	nº defectuosos
k	=	límite de aceptación
p(x)	=	probabilidad marginal
$\tau(\omega \mid x)$	=	probabilidad "a posteriori"
K_1 , K_2	=	costes de verificación
C_d	=	coste de un defectuoso en producción
C_r	=	coste de reponer defectuosos (por buenos)

Independientemente de la forma que tenga $\tau(\omega|x)$, k puede determinarse mediante:

mayor x: $\int_0^1 [w \cdot \tau(w|x)] \cdot dw = E[w|x] \leq \dfrac{(N-n) \cdot K_2 - x \cdot C_r}{(N-n) \cdot C_d - N \cdot C_r} = \varphi(x)$

(siempre que se cumplan las condiciones para que las curvas $E[\omega|x]$ y $\varphi(x)$ se corten)

Por tanto a cada n podemos asociar su k.

En el caso de que las probabilidades "a priori" y marginal sean conjugadas, la probabilidad "a posteriori" tendrá la misma forma que la "a priori":

$\tau(\omega)$	$p(x\|\omega)$	$\tau(\omega\|x)$
gamma	poisson	gamma
beta	binomial	beta

En cualquier caso $\tau(\omega)$ estará definido por una media μ_0 y una desviación tipo σ_0, a partir de las cuales con n y x se definirán los valores "a posteriori".

Por otra parte al variar k y n (y x) *de unidad en unidad*, si $\tau(\omega|x)$ es gamma o beta $\int_0^1 w \cdot \tau(w|x) \cdot dw$ podrá determinarse por recurrencia a partir del valor de una integral para una n_0 y x_0 cualesquiera de referencia. Por consiguiente el cálculo de TC(n) obligará a:

a) El cálculo de una integral definida

b) La utilización de recurrencias.

Por ello será factible tabular TC(n) en función de n, representarlo y hallar el mínimo. Pueden, por tanto, construirse unas "Tablas" de c.c. bayesiano en las que los parámetros sean:

i) los de la distribución "a priori",

ii) el tamaño de lote N, siempre considerado mucho mayor que n,

iii) costes K_1, K_2, C_d, C_r (aunque alguno de ellos se puede tomar como referencia, por ejemplo C_d e inicialmente se puede postular $K_1 = 0$)

¡EXISTEN VARIAS SIMPLIFICACIONES MÁS POSIBLES!

El trabajo consiste en empezar a realizar experimentos para tabular los parámetros del muestreo y verificación. Evidentemente es una labor que puede tener varias etapas. Desearíamos en la primera un programa que, dados los valores indicados en i), ii) y iii), determinara los valores de n y k más adecuados. Eventualmente, dar un juego de valores de uno de los parámetros y calcular las parejas (n, k) correspondientes. Siempre utilizando la función beta (posiblemente en etapas más adelantadas, según los valores de los parámetros de la distribución "a priori" y N podrán utilizarse juegos distintos de leyes).