Una Revisión de Modelos para el Diseño de Itinerarios y su Aplicabilidad a los Problemas de Recogida de Residuos Urbanos.

Joaquín Bautista Valhondo[1], Jordi Pereira Gude[2]
[1] Laboratorio de Organización Industrial, Departamento de Organización de Empresas, UPC. Doctor Ingeniero Industrial, Avda. Diagonal 647, 7ª. joaquín.bautista@upc.es)
[2] Laboratorio de Organización Industrial, Departamento de Organización de Empresas, UPC. Ingeniero en Organización Industrial, Avda. Diagonal 647, 7ª. jorge.pereira@upc.es)

RESUMEN

En el siguiente trabajo se investigan los modelos y procedimientos existentes en la literatura para el diseño de itinerarios en redes Este tipo de problemas ha adquirido en los últimos tiempos un especial interés para el diseño de rutas de recogida de residuos. Se analiza la aplicabilidad de dichos modelos para el problema concreto de rutificación en el marco del Plan Nacional de Residuos Urbanos.

1. Introducción.

Los problemas de rutificación en arcos se interesan por el diseño de itinerarios, que deben permitir la cobertura de un servicio dispuesto en un conjunto de arcos del grafo. Algunos ejemplos de este tipo de problemas son la limpieza de aceras y calles, la retirada de nieve de las carreteras, su inspección para operaciones de mantenimiento y la entrega de correo. Se debe tener presente que la diferencia entre un problema de rutificación en arcos o en vértices sólo depende de la modelización del problema, que debe tener en cuenta la dificultad de resolución del modelo resultante. El objetivo de este trabajo es revisar la literatura existente en este tema.

2. Comparación entre los problemas de rutificación en arcos y en nodos.

Formalmente, el problema general de rutificación en arcos consiste en servir un conjunto R de arcos de la red $G=(V,A\cup E)$ con vértices V, arcos dirigidos A y arcos no dirigidos E (en inglés edges). El grafo puede estar compuesto completamente por arcos dirigidos ($E=\Phi$), arcos no dirigidos ($A=\Phi$), o contener una mezcla de ambos. Adicionalmente G puede ser un multigrafo, así que puede existir más de un arco entre la misma pareja de nodos en V. Sin pérdida de generalidad se supondrá un coste asociado a los arcos $c_{ij}\geq 0$ para todos los arcos $a(i,j) \in E\cup A$. Para cualquier pareja de nodos, denotamos el coste del camino más corto entre ambos como $SP(i,j)$.

Dado un grafo $G=(V,E\cup A)$ y un subconjunto de arcos $R\subset E\cup A$ denotamos $G_R=(V_R,R)$ como el subrafo de G inducido por los arcos requeridos R. Los grados del vértice i, arcos incidentes y emergentes del vértice, en G_R se denotan como $d^+(i,R)$, $d^-(i,R)$ y $d(i,R)$.

Típicamente el objetivo de un problema de rutificación en arcos es minimizar la suma de los costes asociados a atravesar los arcos no requeridos por el servicio, ya que el coste de atravesar los arcos necesarios aparecerá en todas las soluciones. Genéricamente, el objetivo es encontrar un conjunto de ciclos que cubran todos los arcos de *R* con coste mínimo.

La tabla 1 resume las características de los problemas más conocidos de rutificación en arcos y sus equivalentes en rutificación en vértices, utilizando alguno de los procedimientos existentes para la transformación, ver [26] y [31]. Estos procedimientos de transformación comportan un aumento de la dimensión del problema, así que normalmente se trata de resolver los modelos originales de rutificación en arcos.

Problema	A	E	Requeridos	Equivalente
Problema del cartero chino no dirigido	Φ	*	R=E	TSP
Problema del cartero chino dirigido	*	Φ	R=A	ATSP
Problema del cartero mixto	*	*	R=A∪E	ATSP
Problema del cartero rural	Φ	*	R⊂E	TSP
Problema del cartero rural dirigido	*	Φ	R⊂A	ATSP
Problema de rutificación en arcos con capacidad	Φ	*	R⊂E	VRP
Problema del cartero con capacidad	Φ	*	R=E	VRP

Tabla 1: Algunos problemas conocidos de rutificación en arcos

En general los problemas de rutificación en arcos han recibido menos atención que no sus equivalentes en vértices, por ejemplo existe un gran número de revisiones bibliográficas para los problemas en vértices, pero en el caso de problemas en arcos son relativamente extrañas. En [4] se revisan las primeras aplicaciones sobre el tema y en [5] se presenta un sumario de los avances en las técnicas de resolución previas a los años 90. En los casos de los problemas del cartero, ya sea chino, rural, dirigido o no dirigido, puede consultarse [15] y [16], y en [1] se presenta una revisión de los modelos prestando especial atención a los casos prácticos y los procedimientos de resolución existentes. Finalmente, el libro de Dror [13] muestra los últimos trabajos realizados sobre el área.

3. Los problemas del cartero chino y del cartero rural.

3.1 El problema del cartero chino.

Consideremos un grafo no dirigido $G=(V,E)$ con un coste asociado a cada arco $c_e \geq 0$ asociado a atravesar cada arco e en G. El problema del cartero chino no dirigido consiste en encontrar un camino de cartero de mínimo coste en un grafo conectado G. Dado cualquier camino de cartero T; x_e equivale al número de veces que aparece el arco e en T menos uno. Dado que el camino debe cubrir cada arco como mínimo una vez, x_e ha de ser mayor o igual a cero para todo e. El problema del cartero, por tanto, se reduce a minimizar $\Sigma_{e\in T} c_e x_e$. Si G posee un camino euleriano, el problema se resuelve fijando $x_e=0$ para todo e y encontrando el camino euleriano.

Si no es así, algunos vértices deben cubrirse más de una vez. En [14] se demuestra que este problema, en caso de un grafo no dirigido, es equivalente a resolver un problema de matching perfecto, haciendo $d(i,R)$ par para todo i.

En un problema del cartero dirigido, cada vértice debe tener tantas salidas posibles como entradas tiene para formar un camino euleriano. Esta condición se conoce que es necesaria y suficiente para la existencia de un camino euleriano, así que como el grafo original no tiene por qué satisfacer esta condición, se deberán añadir copias de ciertos arcos para transformar el grafo de manera que el grafo transformado cumpla esta condición. Esta operación es conocida como balanceado.

Sea $G=(V,A)$ un grafo dirigido. Computar $b(i)=d^-(i)-d^+(i)$ para todos los nodos i en V. Cualquier nodo con un $b(i)$ diferente de cero se denomina no equilibrado. Para resolver el problema del cartero asociado, deberán añadirse copias de los arcos para balancear el grafo. La selección óptima de arcos a añadir para obtener un grafo euleriano puede determinarse resolviendo un problema de flujos mínimos en un grafo, [18].

Para el caso de grafos mixtos, no existe un procedimiento exacto de tiempo de ejecución polinomial, así que han aparecido diferentes procedimientos heurísticos, [29] y exactos [8] para su resolución

3.2 El problema del cartero rural.

En muchas aplicaciones de rutificación, sólo un subconjunto de todos los arcos disponibles requiere servicio, mientras que en el problema clásico presentado anteriormente, todos los arcos deben ser visitados. Sea $G=(V,A\cup E)$ un grafo mixto y sea R un subconjunto de los arcos en $G(R\subset A\cup E)$. Asumimos también un coste asociado a atravesar un arco (i,j) c_{ij}. El problema del cartero rural consiste en encontrar un ciclo de mínimo coste en G que atraviese todos los arcos en R.

Se denomina a los arcos de R como necesarios y a todos aquellos arcos que pertenezcan a la solución, pero no a R, como arcos no necesarios. Adicionalmente se denota al subgrafo necesario como $G_R=(V_R,R)$ inducido por los arcos de R requeridos. En caso que el subgrafo necesario sea conexo, existe un camino entre cualquier pareja de vértices, y balanceado, ver el problema del cartero chino explicado anteriormente, el problema del cartero rural es equivalente al problema del cartero chino, que para grafo no dirigidos y grafos dirigidos puede resolverse de forma óptima.

Es por ello que se han propuesto heurísticas secuenciales que permiten conectar, modificar el subgrafo necesario para que sea un grafo conexo, y balancear, modificar el subgrafo necesario para que exista un camino euleriano, en tándem. Un algoritmo heurístico de este tipo para el problema puede verse en [2] y una aproximación basada en la búsqueda tabú para grafos mixtos en [11]. Para la resolución exacta se han utilizado procedimientos basados en programación lineal entera [12] y procedimientos de branch and bound [9].

4. El problema de rutificación por arcos y con restricciones de capacidades.

4.1 Formulación.

Los problemas discutidos hasta ahora no incorporan restricciones de capacidad y pueden asociarse a los problemas de viajante de comercio donde la demanda total o la duración de un camino no tienen restricciones asociadas. El problema de rutificación por arcos con restricciones de capacidad (CARP del inglés *capacitated arc routing problem*) es el problema análogo en el campo de la rutificación en arcos al clásico problema de rutificación de vehículos, donde existen restricciones explícitas asociadas a cada ruta. Introduciremos el problema describiendo su formulación en programación entera siguiendo a Golden y Wong [21].

Sea $G=(V,E)$ un grafo no dirigido con costes asociados a los arcos $c_{ij}=c_{ji}$, una demanda asociada a los arcos $q_{ij}\geq 0$. Se dispone de K vehículos idénticos con capacidad Q. Asumimos que Q excede q_{ij} para todo (i,j). Denotamos los nodos de G por $[1,...,n]$ y consideramos el nodo 1 como depósito. $N(i)$ denotan los nodos adjacentes a i en G.

Introducimos dos conjuntos de variables: x_{ijk} que toma valor 1 si el vehículo k atraviesa $e(i,j)$ desde i a j y 0 en caso contrario. $f_{ijk}=1$ si el vehículo k realiza servicio en el arco $e(i,j)$ mientras atraviesa desde i a j. La formulación es la siguiente:

(CARP)

$$MIN\sum_{k=1}^{k}\sum_{(i,j)}c_{ij}x_{ij}^{k}$$

sujeto a:

$$\sum_{j\in N(i)}\left(x_{ji}^{k}-x_{ij}^{k}\right)=0 \qquad para\ todo\ i\ en\ V, k=1,...,K$$

$$x_{ij}^{k}\geq l_{ij}^{k} \qquad para\ todo\ (i,j),\ y\ todo\ k$$

$$\sum_{k=1}^{K}\left(l_{ij}^{k}+l_{ji}^{k}\right)=1 \qquad si\ e(i,j)\in R$$

$$\sum_{i}\sum_{j}l_{ij}^{k}q_{ij}\leq Q \qquad para\ todo\ k$$

$$\sum_{(i,j)\in(S,S)}x_{ij}^{k}-n^{2}y_{x}^{k}\leq|S|-1 \qquad para\ cada\ subconjunto$$

$$\sum_{(i,j)\in(S,\breve{S})}x_{ij}^{k}+u_{s}^{k}\geq 1 \qquad no\ vacío\ S\ de\ [2,...,n]$$

$$u_{s}^{k}+y_{s}^{k}\leq 1,\ u_{s}^{k},y_{s}^{k}\in[0,1] \qquad y\ todo\ k$$

$$x_{ij}^{k},l_{ij}^{k}\in[0,1] \qquad para\ todo\ (i,j)\ y\ k$$

La primera restricción asegura la continuidad de la ruta de cada vehículo. La segunda restricción marca que todos los arcos con servicio asociado deben ser atravesados, mientras que la tercera obliga a todos los arcos en R a ser servidos. La cuarta restricción es la restricción de carga.

El conjunto de tres restricciones (cuarta, quinta y sexta) eliminan subcliclos no conectados pero permiten dos o más ciclos cerrados. Otra formulación puede verse en [3].

Una de las ventajas de esta formulación es su generalidad. Si la carga es inferior a un único vehículo, el problema se transforma en un problema del cartero rural, si los arcos requeridos es el conjunto de arcos en un problema del cartero chino. Si la capacidad del vehículo es limitada el problema se transforma en un problema del cartero capacitado.

La relación entre los problemas CARP y VRP, citada anteriormente, ha permitido el diseño de heurísticas con una garantía de error máximo para el problema como en [19], [24] y [25]. En [25] se presentan dos heurísticas con garantía de error máximo conocidas para el caso VRP extendidas a los problemas de rutificación generales, que incluye al problema CARP y al VRP como un caso especial.

4.2 Procedimientos de resolución exacta.

Se han seguido dos líneas de trabajo en el desarrollo de algoritmos exactos para el problema.

La primera línea se centra en el uso de técnicas de Branch and Bound donde se han presentado dos procedimientos; el algoritmo de construcción de caminos (TCA) descrito en detalle en [23] y el algoritmo de eliminación de subciclos (SEA) que aparece en [33]. En ambos procedimientos, un nodo del árbol de búsqueda corresponde a una solución parcial con ciertos arcos fijados en la solución y otros permanentemente eliminados de ella. Se utiliza el procedimiento de acotación conocido como cota inferior por duplicación de nodos (NDLB), ver [31], en cada nodo del árbol de búsqueda, con las restricciones adicionales asociadas a la subsolución ya construida. En TCA, la regla de ramificación consiste en escoger de todos los arcos libres en la solución de un problema de matching en NDLB, el arco cuya exclusión provee un valor superior de cota. Este arco es entonces fijado o excluído de la solución, creando dos nodos hijo. En el caso de SEA, cada nodo genera múltiples descendientes (o subproblemas) como sigue: una propiedad del grafo de matching construido por NDLB es que cualquier solución de matching general genera caminos alternativos $(e_1,e_2,...,e_{2p+1})$ donde todos los arcos con índice impar no son necesarios. Si este camino viola la capacidad del vehículo, se forman $p+1$ nodos descendientes en que cada r-ésimo nodo excluye el arco e_{2r+1} de la solución pero fija los arcos no requeridos predecesores en la solución parcial $(0 \leq r \leq p)$.

La dificultad computacional del problema se remarca en [23] y depende del número de arcos requeridos del problema.

El otro procedimiento exacto se encuentra en [3]. En este trabajo se utiliza la formulación de programación entera para el CARP no dirigido y desarrollan restricciones que definen facetas del poliedro asociado al problema.

4.3 Procedimientos heurísticos de resolución del problema.

En las primeras aplicaciones de rutificación en arcos, los investigadores trataban las restricciones de capacidad o de longitud de la ruta de forma específica para el problema en cuestión. Un gran número de trabajos orientados a aplicaciones prácticas describen métodos ad hoc para obtener soluciones factibles con limitaciones de capacidad, [1], [27], [28]y [34] por ejemplo. El trabajo de [7] es el primero que introduce heurísticas de propósito general para este tipo de problemas, e inició el diseño y evaluación de éstas para el problema académico. En esta sección citamos las heurísticas existentes para el problema genérico.

El algoritmo de escaneado de caminos, se debe a [20], cuyo mayor atractivo es su simplicidad. Se basa en escoger arcos necesarios de forma secuencial hasta que se cree una ruta y continuar creando rutas hasta que todos los arcos con un servicio asociado hayan sido escogidos.

El algoritmo de aumentado y combinación. se propone por primera vez en [21] y también en

[20]. Este algoritmo es análogo a la heurística de Clarke y Wright [10]. En [30] se modifica el algoritmo presentando una versión denominada algoritmo de aumento e inserción inspirada en las heurísticas de inserción usadas para el viajante de comercio y otros problemas de rutificación en nodos.

El algoritmo de asignación a ciclo propuesto por [5] usa la estrategia de primero rutificar después clusterizar asignando clusters de arcos a las rutas disponibles. Un punto interesante de esta heurística es el hecho que aunque los clusters se obtienen inicialmente de forma heurística, la asignación final se realiza mediante la resolución de un problema de asignación generalizado como en el algoritmo de [17] para el problema de rutificación de vehículos en nodos.

Últimamente han aparecido metaheurísticas para el problema como CARPET, una implementación de la búsqueda tabú de [22].

5. Conclusiones y aplicabilidad de los modelos al problema de recogida de residuos urbanos.

Como puede verse existe un trabajo extenso en el área de la rutificación en arcos, pero el alcance del desarrollo de estos problemas aún es inferior al caso de la rutificación en vértices. En especial quedan varias áreas de desarrollo:

- Modelización y resolución de los problemas de giros reales existentes en las redes de calles en ciudad. Normalmente un problema de diseño de itinerarios en ciudades debe tener en cuenta no sólo el sentido de las calles, sino también la posibilidad de poder moverse de una calle a otra respetando las señales de circulación. Este es un problema grave para la aplicabilidad de los modelos existentes en la literatura en problemas de recogida urbana, ya que los vehículos de recogida deben respetar las normas de circulación.

- Utilización de metaheurísticas para la resolución del problema CARP. En la literatura sólo se encuentra una aplicación de la búsqueda tabú para el problema. Para el problema de rutificación en nodos, se conocen implementaciones de todas las metaheurísticas clásicas y acostumbra a utilizarse también como problema clásico en que probar nuevas metaheurísticas.

- Tratamiento de problemas con grafos mixtos para el CARP. La mayoría de problemas y juegos de datos consideran un conjunto de arcos a servir no dirigidos. Es difícil saber a priori si las heurísticas tendrán el mismo comportamiento los problemas con grafos mixtos o dirigidos.

Referencias

[1] Assad A.A y B.L.Golden (1995) “Arc Routing Methods and Applications”, en *M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma y G.L. Nemhauser (eds.) Network Routing*, pp 375-483

[2] Ball, M.O. y M.J. Magazine (1988). "Sequencing of insertions in printed circuit board assembly”. *Operations Research*, 36(2), 192-201

[3] Belenguer, J.M. y E. Benavent (1992) “Polyhedral results on the capacitated arc routing problem”. Unpublished manuscript.

[4] Beltrami, E. y L. Bodin (1974) "Networks and vehicle routing for municipal waste collection". *Networks*, 4(1), 65-94

[5] Benavent, Campos, Corberán y Mota (1990) "The capacitated arc routing problem A heuristic algorithm". Questiió 14(1-3), 107-122

[6] Bodin L.D. , B. Golden, A. Assad y M.Ball (1983) "Routing and scheduling of vehicles and crews, the state of the art". Comput. Oper. Res. 10(2), 63-211

[7] Christofides, N. (1973) "The optimum traversal of a graph". Omega 1(6), 719-732

[8] Christofides, N., E. Benavent, V. Campos, A. Corberan y E.Mota (1983). "The mixed Chinese postman problem, in P. Thoft-Christensen (ed.) Systems Modeling and Optimization", Lecture Notes in Control and Information Systems, Vol. 59, Springer-Verlag, Berlin, pp. 641-649

[9] Christofides, N., V. Campos, A. Corberan y E.Mota (1981). An algorithm for the rural postman problem. Unpublished Report IC.OR.81.5, Department of Management Science. Imperial College, London

[10] Clarke G., Wright J.W.,(1964) "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points". Oper. Res. 12, 568-581.

[11] A. Corberán, R. Marti, and A. Romero. (2000) " A Tabu Search Algorithm for the Mixed Rural Postman Problem", Computers & Operations Research, 27:183-203, 2000.

[12] Corberan A., y J.M.Sanchis (1994) "A polyhedral approach to the rural postman problem". Eur. J. Oper. Res. 79(1) 95-114

[13] Dror ;. (2000) "Arc routing: Theory, Solutions and Applications". Kluwer Academic

[14] Edmonds J. y E.L. Johnson (1973) "Matching, Euler Tours and the Chinese postman" Math. Program. 5, 88-124

[15] Eiselt, H.A., M. Gendreay y G. Laporte (1995) "Arc routing problems, Part I. The Chinese postman problem". Oper. Res. 43(2), 231-242

[16] Eiselt, H.A., M. Gendreau y G. Laporte (1995) "Arc routing problems, Part II. The rural postman problem". Oper. Res. 43, 399-414.

[17] Fisher M.L. y R. Jaikumar (1981) "A generalized assignment heuristic for vehicle routing". Networks 11 (2), 109-124

[18] Fleischner, H. (1983) "Eulerian Graphs, in: L.W.Biencke and R.J. Wilson (eds.) Selected Topics in Graph Theory", Academic Press, New York, N.W., pp 17-53

[19] Frederickson G.N., M.S. Hecht and C.E.Kim (1978) "Approximation algorithms for some routing problems", SIAM J. Comput. 7(2), 178-193

[20] Golden B.L., J.S. DeArmon y E.K.Baker (1983) "Computational experiments with algorithms for a class of routing problems" Comput. Oper. Res. 11(1), 49-66

[21] Golden B.L. y R.T.Wong (1981) "Capacitated arc routing in the soft drink industry". Oper Res. 35(1), 6-17

[22] Hertz, A., Laporte, G., Mittaz, M. (2000) "A tabu search heuristic for the capacitated arc routing problem", Operations Research 48, 129-135.

[23] Hirabayashi R., Y. Saruwatari y N. Nishida (1992) "Tour construction algorithm for the capacitated arc routing problems" Asia Pacific J. Oper. Res. 9 (2), 155-175

[24] Jansen, K. (1992) "An approximation algorithm for the general routing problem". Inf.

Process Lett. 41, 333-339

[25] Jansen, K. (1993) “Bounds for the general capacitated routing problem”. Networks 23(3), 165-173.

[26] Laporte G. (1997) “Modelling and solving several classes of arc routing problems as traveling salesman problems”, Comput. Ops. Res. 24, 1057-1061

[27] Male, J.W. (1973) “A heuristic solution to the m-postmen’s problem” Unpublished Ph.D. Dissertation, The Johns Hopkins University. Baltimore, Md.

[28] Male, J.W. y J.C. Liebman (1978) “Districting and routing for solid waste collection”. J. Environ. Eng. Div. 104(EE1), 1-14

[29] Minieka, E. (1978) “Optimization Algorithms for Networks and Graphs”, Marcel Dekker, New York N.Y.

[30] Pearn W.L. (1991) “Augment-insert algorithms for the capacitated arc routing problem”. Comput. Oper. Res. 18(2), 189-198

[31] Pearn W.L. A. Assad y B.L.Golden (1987) “Transforming arc routing into node routing problems”, Comput Oper Res, 14(4), 285-288

[32] Saruwatari, Y. , R. Hirabayashi y N. Nishida (1992) “Node duplication lower bounds for the capacitated arc routing problem”. J. Oper. Res. Soc. Japan 35(2) 119-133

[33] Saruwatari, Y. , R. Hirabayashi y N. Nishida (1992) “Subtour elimination algorithms for the capacitated arc routing problem, in: W. Bueler et al. (eds). DGOR Operations Research Proceedings of Operations Research 1990, 19th Annual Meeting”, Springer-Verlag.

[34] Stern H.IU. y M.Dror (1979) “Routing electric meter readers” Comput. Oper. Res. 6, 209-223