



Cátedra Nissan

-PROTHIUS-

Modelos y algoritmos para la determinación de secuencias regulares en líneas de montaje mixtas con restricciones en la elaboración de productos

Joaquín Bautista Valhondo, Ramón Companys Pascual y Albert Corominas Subias

WP-11/2010

(Rec. DIT 94/21- BCC - 1994)

Departamento de Organización de Empresas

Universidad Politécnica de Cataluña

Publica:

Universitat Politècnica de Catalunya
www.upc.edu



Edita:

Cátedra Nissan
www.nissanchair.com
director@nissanchair.com

TITOL:

**MODELOS Y ALGORITMOS
PARA LA DETERMINACIÓN
DE SECUENCIAS
REGULARES EN LÍNEAS
DE MONTAJE MIXTAS
CON RESTRICCIONES
EN LA ELABORACIÓN
DE PRODUCTOS**

**Autors: J. Bautista
R. Company
A. Corominas**

**Document Intern de Treball
(D.I.T.) 94/21**

Barcelona, novembre 1994

**Departament d'Organització d'Empreses
Universitat Politècnica de Catalunya**

**Trabajo realizado dentro del Proyecto de Investigación
PB-0504 (DGICYT)**

MODELOS Y ALGORITMOS PARA LA DETERMINACIÓN DE SECUENCIAS REGULARES EN LÍNEAS DE MONTAJE MIXTAS CON RESTRICCIONES EN LA ELABORACIÓN DE PRODUCTOS

JOAQUÍN BAUTISTA, RAMÓN COMPANYS y ALBERT COROMINAS
Dept. d'Organització d'Empreses / ETSEIB.
Universitat Politècnica de Catalunya

Se formaliza el problema de obtención de secuencias regulares, en líneas de montaje mixtas, condicionadas por la forma en que pueden (o deben) consumirse los componentes y/o por la forma en que pueden (o deben) tratarse determinadas opciones que presentan los productos. En muchos casos, estos condicionantes se deben a limitaciones que aparecen en algunas estaciones de la línea en las que es imposible tratar consecutivamente una serie de variantes que presentan una misma opción. Se propone un conjunto de criterios para evaluar las soluciones y algoritmos heurísticos y exactos para determinar secuencias óptimas.

(PRODUCTION/SCHEDULING LINE BALANCING;
INVENTORY/PRODUCTION JUST-IN-TIME; BOUNDED DYNAMIC
PROGRAMMING)

1.- Introducción

La secuenciación de unidades en una línea de montaje es un problema clásico que en los últimos tiempos ha recibido un nuevo empuje en el marco de los sistemas productivos Justo a Tiempo (JIT: just-in-time). Evidentemente, la elección de un orden de introducción de las unidades en una línea mixta de productos depende del objetivo perseguido, distinguiéndose, básicamente, los dos siguientes:

1. Conseguir el equilibrio de cargas (o tiempos requeridos en el montaje) en las estaciones de la línea, procurando evitar aquellas secuencias que propician el consumo excesivo de servicios (puntas de trabajo) en estaciones concretas.
2. Sincronizar los ritmos de producción y de consumo en procesos con múltiples etapas, para evitar la transmisión de grandes fluctuaciones de la demanda (entre procesos conectados), procurando mantener unos niveles estables de stock y de obra en curso, y conseguir reducir al mínimo dichos niveles.

El primer objetivo pretende reducir el riesgo de no completar todas las operaciones en la línea o, si se prefiere, el riesgo de parada en la misma (en caso de que los operarios disfruten del privilegio de interrupción del proceso productivo) ante sobrecargas excesivas y continuadas en determinadas estaciones.

La causa de dicho riesgo está en que, en una línea mixta, un determinado tipo de producto puede presentar, para algunas estaciones, tiempos de operación mayores que los establecidos por promedios en el equilibrado previo.

Para atender al tipo de problemática que surge al considerar este primer objetivo, **Okamura & Yamashita** (1979) proponen un procedimiento heurístico que permite obtener secuencias de unidades tendentes a minimizar el riesgo de parada en la línea (que los autores denominan transportador). El riesgo de parada está ligado a las sobrecargas de trabajo que se producen en algunas estaciones; dichas sobrecargas pueden evaluarse mediante las diferencias entre los tiempo requeridos y los tiempos disponibles para efectuar las operaciones.

En esta vía de trabajo, **Yano & Rachamadugu** (1991) distinguen, en dos categorías, las unidades a secuenciar: (a) las que precisan un tiempo de operación superior al del ciclo, y (b) las que presentan un tiempo de operación inferior al del ciclo; las unidades pueden ser de una u otra categoría dependiendo de la estación considerada; también, en cada ciclo y para cada estación, se concede a la unidades un tiempo de operación que debe estar contenido en una ventana temporal cuyos límites inferior y superior son: el tiempo de operación de las unidades tipo *a* y el doble del tiempo del ciclo, respectivamente. Estos autores presentan dos procedimientos para resolver el problema: (1) un método exacto para el caso de una sola estación, y (2) un procedimiento ávido (basado en el B&B) para el caso de varias estaciones.

En cuanto al segundo objetivo, surge la idea de *regularidad* al intentar mantener unas tasas de *fabricación* y/o de *consumo* constantes para conseguir sincronizar (de una manera simple) los distintos procesos del sistema productivo. Los criterios para atender este segundo objetivo, tal como se establece en **Kubiak** (1993) son: (1) minimizar la variación de las tasas de producción de los artículos (PRV: Product Rate Variation problem), y (2) minimizar la variación de las tasas de fabricación, en los procesos anteriores a la línea, de los componentes constitutivos de los productos finales (ORV: Output Rate Variation).

Algunas propuestas recientes incluidas en el marco del problema ORV son las siguientes:

Monden (1983), en un trabajo que puede considerarse pionero, presenta una variante de este problema en el que se pone de manifiesto la importancia que tienen los procesos precedentes (que suministran materiales a la línea) cuando se emplea un sistema Kanban; esta variante se centra, por tanto, en el flujo de los componentes, agrupados en un solo nivel, hacia la línea de montaje. Y el problema consiste en determinar una secuencia que conduzca a unas tasas de

consumo de componentes constantes a lo largo del tiempo (*regularidad en el consumo*); para conseguir dicha *regularidad*, el autor define una distancia euclídea entre el consumo real y el consumo medio y propone, como criterio, la minimización de esta distancia. Para resolver el problema, **Monden** presenta un procedimiento ávido que denomina *método de persecución de objetivos* (*Goal Chasing*) y que asegura que es el empleado por la empresa TOYOTA.

Companys (1989) introduce otras formas de medir la distancia entre el consumo real y el ideal de componentes (rectangular, cuadrática, minimax); ofrece soluciones al problema mediante procedimientos ávidos (adaptados al tipo de *distancia*) similares al propuesto por **Monden**; y establece un *programa lineal mixto* para minimizar la diferencia entre el consumo teórico y el consumo real de la componente que más se desvía del ideal establecido (minimax).

Sumichrast & Russell (1990) proponen un programa lineal mixto para resolver el caso de distancia rectangular y comparan sus resultados con los dados por el método *Goal Chasing*.

Bautista, Companys & Corominas (1993/b) establecen varios procedimientos heurísticos para resolver el problema de **Monden**, y un procedimiento exacto, basado en el método BDP¹, que permite en muchos casos hallar una solución óptima del problema. En **Bautista** (1993) se presentan dos experiencias computacionales con las que se constata la miopía del método *Goal Chasing*, y el mejor comportamiento que muestran algunos algoritmos allí expuestos.

El problema de establecer secuencias que procuran la regularidad en la fabricación de unidades (PRV) ha sido tratado, también, por diversos autores:

Miltenburg (1989), considerando un solo nivel de fabricación, parte de la hipótesis de que los productos finales requieren componentes exclusivos; en tales condiciones, se puede conseguir tasas de consumo (de componentes) casi constantes si los productos finales se fabrican a ritmo constante (regularidad en la fabricación). De forma análoga a la propuesta de **Monden**, el autor emplea la idea de distancia entre la producción real y la producción media o ideal; para resolver el problema, centrando el estudio en la distancia cuadrática, presenta tres procedimientos: (1) en primer lugar considera las producciones en cada ciclo por separado, reduciendo el problema, tal como han notado **Bautista, Companys & Corominas** (1991/b), a un caso particular del *apportionment problem* y empleando un método que equivale al propuesto por **Alexander Hamilton**, dando,

¹Programación Dinámica Acotada (*Bounded Dynamic Programming*). Ver, por ejemplo, BAUTISTA, COMPANYS y COROMINAS (1991/a), "Introducción al BDP", D.I.T., DOE, ETSEIB-UPC.

en ocasiones, soluciones no factibles; (2) un segundo algoritmo que tiene como base el procedimiento anterior y que permite, mediante la enumeración de subsecuencias, arreglar las infactibilidades; y (3) un tercer algoritmo, consistente en un procedimiento ávido, similar al método *Goal Chasing* y que presenta dos versiones en las que se evalúa la distancia en una etapa y en dos etapas consecutivas, respectivamente. Considerando este mismo problema, **Ding & Cheng** (1993) proponen un algoritmo heurístico rápido y que ofrece tan buenos resultados como el tercer procedimiento de **Miltenburg**.

Miltenburg & Sinnamon (1989) plantean un modelo para regularizar (nivelar) las producciones en cuatro niveles de fabricación jerarquizados (caso multinivel), a saber: productos, subconjuntos, componentes y materias primas. En el modelo se pondera la importancia de mantener la regularidad de la producción en cada nivel mediante unos pesos. Los autores proponen, para resolver el problema, un procedimiento ávido que presenta dos versiones análogas al tercer algoritmo que figura en el primer trabajo de **Miltenburg**. En **Bautista** (1993) se propone una nueva extensión de este problema al considerar un número de niveles ilimitado; se demuestra que el caso multinivel (tanto el que pondera la exigencia a la regularidad en el consumo de materiales, como el que pondera la exigencia a la regularidad en la fabricación), considerando distancias cuadráticas, se puede reducir (tras una transformación) a la formulación del problema de **Monden** y, por consiguiente, son aplicables todos los métodos que se exponen en **Bautista, Companys & Corominas** (1993/b).

Kubiak & Sheti (1991) establecen una función objetivo en la que se imputan ciertos costes asociados a los adelantos y a los retrasos de producción respecto a unas fechas contractuales preestablecidas. El resultado de este nuevo enfoque es que el problema propuesto en **Miltenburg** (1989) se reduce a un *problema de asignación* para el que resulta fácil conseguir el óptimo.

Inman & Bulfin (1991) dan una nueva interpretación al problema propuesto en **Miltenburg** (1989), la cual, en resumen, puede expresarse de la forma siguiente: *programación de tareas en una sola máquina, con fechas contractuales determinables o establecidas, y con el objetivo de minimizar las discrepancias entre dichas fechas y los instantes reales en que finalizan las tareas*. Para conseguir la secuencia que minimiza las funciones propuestas por **Inman & Bulfin**, basta con ordenar las tareas en orden creciente a sus fechas contractuales.

El denominador común en la mayoría de los trabajos anteriores es que el concepto de regularidad se formaliza a través de una función objetivo que sirve para medir

cierta discrepancia entre lo que puede hacerse realmente y lo que idealmente se desea (tanto en consumo, como en fabricación).

No obstante, para alcanzar la regularidad en la fabricación o en el consumo de componentes o en el tratamiento de ciertas características que poseen los productos que circulan por una línea mixta, resulta también adecuado imponer a las secuencias que cumplan una serie de propiedades o de condiciones.

En esta vía de trabajo, se puede establecer una conexión entre los problemas de secuenciación regular y el *apportionment problem*, tal como se propone en **Bautista, Companys & Corominas** (1993/a), donde se ofrece, además de una amplia gama de funciones de discrepancia para evaluar la regularidad de las secuencias, una serie de métodos estrechamente ligados a los del problema de reparto de escaños en una cámara de representantes que se interesan más por las propiedades que deben tener las reparticiones (las secuencias) que por la minimización de una función objetivo.

El presente trabajo está dedicado al tratamiento de un tipo de problemas de secuenciación en que aparecen restricciones especiales que afectan al consumo de componentes o al tratamiento de opciones que presentan los productos. El texto que sigue está organizado de la forma siguiente: en el punto §2, se presenta un antecedente industrial del problema; se procede a su formalización en el punto §3; en el apartado §4, se propone tres métodos de resolución (dos heurísticos y uno exacto); finalmente, el punto §5 está destinado a conclusiones.

2.- Un antecedente industrial

Para ilustrar la problemática que nos ocupa, sirva como ejemplo, la siguiente situación: en una línea mixta de fabricación de vehículos, en la que conviven unidades *largas* y *cortas*, puede darse el caso de que, en un tramo de la línea en el que en promedio (según el mix de producción) caben L vehículos, resulte físicamente imposible (por motivos de espacio) la presencia de K (o más) vehículos largos. Este hecho supone una restricción que afecta a la factibilidad de las secuencias; por ello, no siempre será suficiente considerar, sólo, una función objetivo para secuenciar correctamente las unidades.

El ejemplo anterior supone un tipo especial de restricciones ligado a una característica concreta del producto (longitud). No obstante, las restricciones pueden referirse a otros conceptos tales como:

- el consumo o montaje de componentes críticas (cada 5 minutos no es posible montar, a causa del suministro, más de 20 unidades de cierto componente).
- los valores de algunas características de los productos que requieren una aplicación de trabajo mayor de lo habitual (de cada 10 vehículos no es posible tratar más de 5 que posean techo solar).
- pautas de fabricación aconsejables (secuenciación de productos finales limitada por ciertas cuantías tendentes a conservar el mix de producción).

Un antecedente reciente al tratamiento de este tipo de problemas de secuencias con restricciones lo encontramos en un folleto publicado por la empresa **BULL** (1989) en el que aparece un interesante problema de secuenciación de unidades en una línea ("Car Sequencing on a Production Line"). Se trata de secuenciar 18 tipos de productos (o variantes de un producto) que se distinguen por las opciones presentes en los mismos. Existe un total de cinco opciones, y cada tipo de producto puede poseer, o no, una opción determinada. Los tipos de producto más ricos poseen hasta tres opciones, y los más pobres sólo una. La **Figura-1** muestra la estructura a la que hacemos referencia.

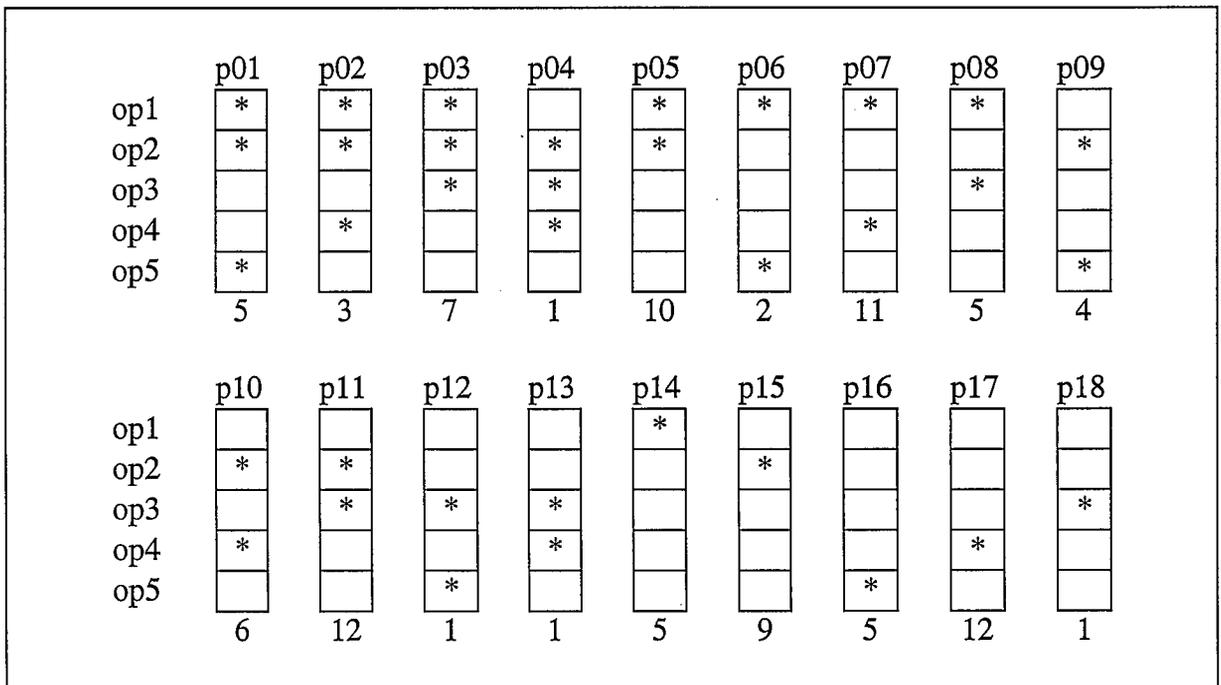


Figura-1: Estructura del producto y programa de producción para el ejemplo.1

En dicha Figura, se indica también el número de unidades de cada tipo de producto a secuenciar. El programa presenta un volumen total de 100 unidades. En el folleto indicado, aparece también un conjunto de restricciones a tener en cuenta (cinco grupos, en total). Dichas restricciones señalan el máximo número de veces que una opción puede aparecer en cualquier tramo (subsecuencia), de una

Lógicamente, los ratios son no inferiores a las tasas; de lo contrario, no sería en general factible construir una solución que satisfaga las restricciones.

La diferencia entre ambos planteos del problema está en la forma de caracterizar el concepto de regularidad. **Monden** propone una función objetivo que cuantifica el grado de no-regularidad de las secuencias (problema de equilibrado), mientras que en CHARME se imponen una serie de restricciones que deben satisfacer las secuencias (problema de compatibilidad).

Para comparar ambos procedimientos, se ha obtenido la secuencia resultante al emplear el método *Goal Chasing* al ejemplo-1. La solución a la que hacemos referencia se muestra en la **Figura-4**.

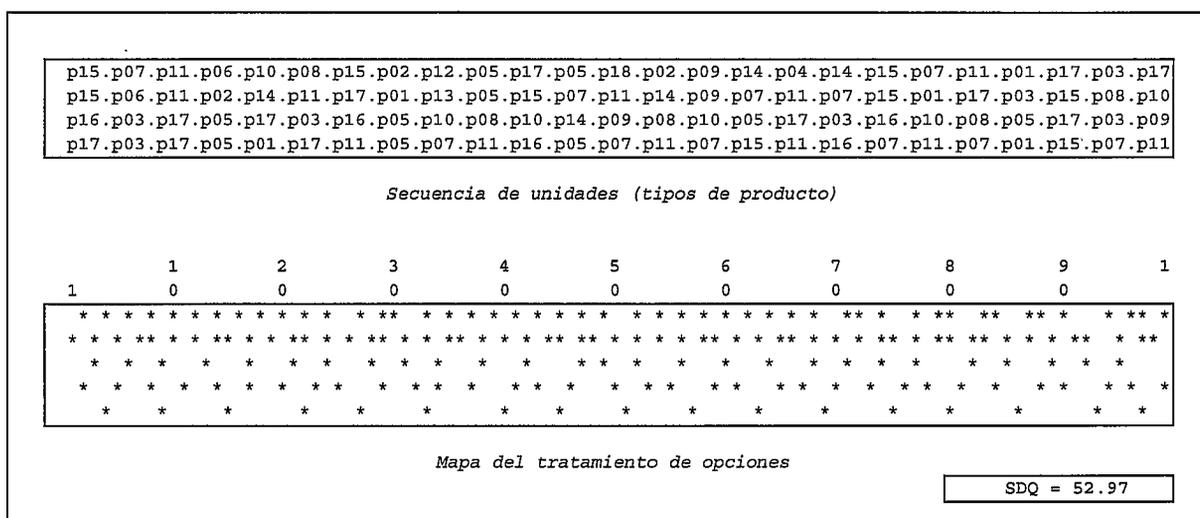


Figura-4: Solución para el ejemplo.1 dada por el método *Goal Chasing*.

A la vista de la **Figura-4**, notamos que la secuencia obtenida a partir del procedimiento *Goal Chasing* viola los ratios que fijan las restricciones en seis ocasiones para la opción.1 (tramos: 29-30, 71-72, 79-80, 83-84, 87-88 y 96-97), en una ocasión para la opción.3 (tramo 47-49), y en una ocasión para la opción.5 (tramo 93-97)

Utilizando el método BDP (*Bounded Dynamic Programming*)², se obtienen soluciones mejores a la anterior, pero siguen violando, aunque en menor grado, alguna restricción. En la **Figura-5** se muestra una de las soluciones halladas que viola, solamente, las restricciones, para la opción.1, en los tramos: 25-26 y 75-76.

²Ver Bautista, Companys & Corominas (1993/b)

Son ejemplos de este tipo de condicionante:

e1. *El componente j puede ser montado (consumido), como máximo, K_j veces de cada L_j productos (las causas pueden deberse al suministro de este componente, o a los tiempos elevados que supone su montaje en ciertas estaciones).*

e2. *La opción j , que poseen algunos productos y otros no, puede tratarse en la línea, como máximo, K_j veces de cada L_j productos (el motivo de aparición de este tipo de restricciones se debe a limitaciones propias del sistema productivo).*

e3. *De cada L productos que entren a la línea, como máximo K serán del tipo i (nivelado de producción o mantenimiento del mix en el montaje).*

Los enunciados anteriores se pueden representar mediante restricciones de la forma:

$$\sum_{i=1}^p n_{ji} \cdot (X_{i,t+L_j} - X_{i,t}) \leq K_j \quad \text{para } j=1, \dots, m; t=0, \dots, T-L_j$$

donde:

- n_{ji} es la cantidad del componente j que consume una unidad del tipo de producto i ; alternatively, la posesión ($n_{ji}=1$) o carencia ($n_{ji}=0$) de la opción o carácter j por parte del tipo de producto i .
- L_j es la longitud de los tramos de secuencia en que el componente, opción o característica j está restringido.
- K_j es la carga máxima del componente, opción o carácter tipo j permitida en el tramo L_j .
- X_{it} es la producción de unidades de tipo i tras secuenciar t unidades globalmente.

El problema que se plantea (CORV) consiste en secuenciar T unidades, de las cuales P_1 son del tipo o producto 1, P_2 son del tipo 2, [...], y P_p son del p , persiguiendo la *regularidad*. Los productos ($i=1, \dots, p$) presentan un consumo unitario de componentes o, alternatively, pueden presentar ciertas opciones o caracteres ($j=1, \dots, m$), expresados por los términos n_{ji} . Finalmente, los componentes, opciones o caracteres pueden estar sujetos a restricciones de máxima carga (K_j) en tramos o subsecuencias de longitud establecida (L_j).

Sean:

$$N_j = \sum_{i=1}^p n_{ji} P_i, \text{ la demanda total del componente } j$$

$r_j = N_j/T$, la tasa ideal de consumo por cada unidad montada (tasa media)

$Y_{jt} = \sum_{i=1}^p n_{ji} \cdot X_{it}$, el consumo real del componente j tras montar t unidades.

Uno de los objetivos aceptados comúnmente en los problemas de secuenciación en una línea mixta en contexto JIT es programar las T unidades de manera que el consumo acumulado de cualquier componente j (Y_{jt}) en cualquier etapa t se ajuste lo mejor posible al consumo ideal $t \cdot r_j$. Como medida de la no-regularidad son admisibles varias formulaciones, entre ellas:

$$SDQ = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^p n_{ji} X_{it} - t \cdot r_j \right)^2, \text{ o bien, } SDR = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^m \left| \sum_{i=1}^p n_{ji} X_{it} - t \cdot r_j \right|$$

Considerando la función suma de distancias cuadráticas (SDQ), el problema en conjunto puede formularse mediante un programa matemático como el presentado en la **Tabla-1**.

En el modelo presentado en la **Tabla-1**, las restricciones tipo (2) indican que después de t ciclos se secuencian exactamente t unidades; las (3) expresan que la secuencia final contiene un número de productos de cada tipo igual al del por el programa deseado; las restricciones (4) sirven para imponer que las producciones en dos ciclos consecutivos sean congruentes; finalmente, las (5) limitan la carga de componentes (el tratamiento de opciones) en tramos de la secuencia.

| |
|---|
| $[\min] SDQ = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^p n_{ji} X_{it} - t \cdot r_j \right)^2 \quad (1)$ |
| $\sum_{i=1}^p X_{it} = t ; \text{ para } 1 \leq t \leq T \quad (2)$ |
| $X_{iT} = P_i ; \text{ para } 1 \leq i \leq p \quad (3)$ |
| $0 \leq X_{it} - X_{i,t-1} \leq 1 ; \text{ para } 1 \leq i \leq p, 1 \leq t \leq T \quad (4)$ |
| $\sum_{i=1}^p n_{ji} \cdot (X_{i,t+L_j} - X_{i,t}) \leq K_j ; \text{ para } 1 \leq j \leq m, 0 \leq t \leq T - L_j \quad (5)$ |
| <p>con X_{it} variables enteras</p> |

Tabla-1: Programa matemático para el problema CORV

Para representar el problema, podemos construir un grafo G_0 sin bucles ni circuitos de $T+2$ niveles.

Un vértice o estado del nivel t ($t=1, \dots, T$) queda caracterizado por:

- un vector de p componentes $X(t) = (X_{1t}, \dots, X_{pt})$, tal que: $\sum_{i=1}^p X_{it} = t$ y $0 \leq X_{it} \leq P_i$.
- una subsecuencia $S(t) = (S_{1t}, \dots, S_{l(t)t})$, de $l(t)$ unidades que representa las piezas añadidas en las últimas $l(t)$ etapas, con $l(t) = \min\{t, \max(L_j)\} - 1$.

En el nivel 0 se tiene un único vértice α asociado a la producción $X(0) = (0, \dots, 0)$ y a una subsecuencia vacía. El nivel T se constituye con vértices representados por un único vector $X(T) = (P_1, \dots, P_p)$ y por todas las subsecuencias de $l(T)$ unidades que se pueden construir a partir de la producción $X(T)$. Finalmente, en el nivel $T+1$ se tiene un único vértice ω .

Entre los vértices $V_{t-1}[X(t-1), S(t-1)]$ y $V_t[X(t), S(t)]$, de niveles $t-1$ y t respectivamente ($t=1, \dots, T$), existe un arco si:

- (1) $X(t-1)$ y $X(t)$ satisfacen la condición (4) de producción congruente.
- (2) $S(t-1)$ y $S(t)$ son subsecuencias compatibles: $S_{1t} = S_{2,t-1}, \dots, S_{l(t)-1,t} = S_{l(t),t-1}$.

Del vértice α emergen p arcos (uno por tipo de producto) y al vértice ω inciden tantos arcos como vértices presente el nivel T .

El número de vértices de G_0 puede ser muy elevado³; no obstante, debido a que muchos estados son inalcanzables, el grafo G_0 admite una poda evidente que consiste en suprimir todos los vértices que tengan asociados unas subsecuencias que no satisfagan las restricciones (5) y, consecuentemente, todos los arcos emergentes e incidentes de dichos vértices. Llamaremos G_1 al grafo resultante tras la poda indicada.

A cada vértice $V_t[X(t), S(t)]$ de G_1 puede asociarse un índice de no-regularidad como el siguiente:

$$f(V_t) = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^p n_{ji} \cdot X_{it} - t \cdot r_j \right)^2 \quad (6)$$

Y dada la estructura del grafo y de la expresión SDQ es indiferente asociar dicho valor, en lugar de al vértice, a todos los arcos que inciden en él.

³ El ejemplo.1, sólo contabilizando los vértices que presentan idéntica composición, tiene un grafo asociado con algo más de $1.5 \cdot 10^{13}$ vértices, y el nivel 50 contiene más de $6.6 \cdot 10^{11}$.

En tales condiciones, si en G_1 no existe camino alguno entre los vértices α y ω , el problema no tiene solución, salvo que se permita la violación de alguna restricción. Si, al contrario, entre los vértices α y ω existe algún camino, encontrar la secuencia que minimiza SDQ es equivalente a encontrar el camino mínimo desde el vértice α hasta el vértice ω . Ello significa que cualquier algoritmo de determinación de caminos extremos en un grafo (p.e., el de BELLMAN-KALABA) nos conducirá a la solución del problema planteado; sin embargo, el número de vértices del grafo, que depende de T , de p , de las producciones P_i y de los ratios asociados a las restricciones, puede ser muy importante, y en la mayoría de los casos de interés industrial dicha dimensión impide considerar como procedimiento eficiente los algoritmos que, en su forma genuina, obligan a tener en cuenta en forma explícita todos los vértices del grafo.

4.- Resolución del problema

Seguidamente, presentamos tres procedimientos para resolver el problema propuesto: el primero de ellos equivale a construir progresivamente un camino en el grafo añadiendo, si es posible, en cada paso un arco de prolongación al segmento de camino ya construido; el segundo procedimiento contiene un mecanismo de *retroceso* de forma que, cuando en un punto (instante) de la construcción de la secuencia, se detecta que no hay posibilidad de colocar las unidades restantes sin violar alguna restricción, se retrocede a una etapa anterior con el fin de proseguir por otra vía aún no explorada; finalmente, el tercer procedimiento se basa en la BDP, a la cual se ha adaptado la consideración de las restricciones.

4.1.- Método directo: *Goal Chasing con tratamiento de restricciones*

El método de persecución de objetivos de TOYOTA (*Goal Chasing*) consiste en construir progresivamente una secuencia (unidad a unidad) de forma que en cada etapa se elige aquel tipo de producto con producción pendiente que da lugar a una producción $X(t)$ con mejor valor para la expresión (6).

Este procedimiento *greedy* es muy fácil adaptarlo para resolver el problema que nos ocupa. Para ello, basta con introducir el siguiente control: llegados a la etapa t , para la que es preciso determinar el tipo de producto i (con producción pendiente aún), se calculan, para cada componente j , las cargas provocadas por las últimas L_{j-1} unidades secuenciadas más la carga que supone el colocar en t -ésima posición una unidad del tipo de producto i .

Sea K_{ijt}^- la carga total de componente j en el tramo $[t-L_j+1, t]$ con i en la posición t ; se tiene entonces:

$$K_{ijt}^- = n_{ji} + \sum_{\tau=t_\alpha}^{t-1} n_{j\langle\tau\rangle} \quad \text{para todo } i, j \quad (7)$$

donde:

$$t_\alpha = \max\{0, t - L_j + 1\}$$

$\langle\tau\rangle$ indica el tipo de producto situado en τ -ésima posición

En tales condiciones, si alguna opción j tiene una carga total "hacia atrás" (K_{ijt}^-) mayor que la máxima permitida (K_j) en los tramos de longitud L_j , entonces, el producto tipo i se descarta como candidato a secuenciar en la posición t (regla-1).

Por supuesto, puede darse el caso en que, llegados a una etapa t , todos los tipos de producto con producción pendiente aún violen alguna restricción de carga; en tales condiciones, se ha optado por dejar un hueco en la t -ésima posición de la secuencia y pasar al siguiente instante, aunque cabe también la alternativa de añadir a la secuencia en construcción la variante de producto no agotado que minimiza (6), o la que viola en menor grado las restricciones impuestas.

La inclusión de la *regla-1* en el método *Goal Chasing* nos lleva al siguiente

Algoritmo 1.

Paso 1. Hacer: $t=1$, $X_i=0$ para todo i ($1 \leq i \leq p$); determinar las tasas medias de consumo de la forma:

$$r_j = \frac{N_j}{T} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^p n_{ji} \cdot P_i \quad \text{para } 1 \leq j \leq m$$

Paso 2. Sea X_i , para todo i ($1 \leq i \leq p$), las unidades secuenciadas del tipo de producto i hasta la posición $t-1$.

- Para todo i tal que $X_i < P_i$, calcular:

$$d_i = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{h=1}^p n_{jh} \cdot (X_h + \delta_{ih}) - t \cdot r_j \right)^2$$

donde δ_{ih} es la delta de Kronecker.

$$K_{ji}^- = n_{ji} + \sum_{\tau=t_\alpha}^{t-1} n_{j\langle\tau\rangle} \quad \text{para todo } i, j$$

donde:

$$t_\alpha = \max\{0, t - L_j + 1\}$$

$\langle\tau\rangle$ indica el tipo de producto situado en τ -ésima posición

- Sea C el conjunto de tipos de producto tal que $X_i < P_i$ y $K_{i,j,t}^- \leq K_j$.
 - Si C es vacío (no existe ningún producto que cumpla las condiciones), dejar hueco en la posición t ; ir a *Paso 3*.
 - Si C no es vacío, elegir entre sus elementos el tipo de producto s que cumpla: $d_s = \min \{d_i\}$.

Entonces, una unidad de tipo de producto s se secuencia en la t -ésima posición.

Paso 3. Actualizar producciones: $X_s \rightarrow X_s + 1$

Si $t=T$, finalizar; si no, hacer $t \rightarrow t+1$; ir a *Paso 2*.

Con la aplicación del *Algoritmo.1* al ejemplo.1, se obtienen los resultados presentados en la **Figura-6**, en la que puede observarse que se cumplen satisfactoriamente todas las restricciones impuestas, y que el valor de la función objetivo es $SDQ = 51.61$.

Lógicamente, las reglas que controlan estrictamente, posición tras posición, las cargas de las opciones pueden, también, incorporarse a otros procedimientos más sofisticados que el aquí propuesto⁴.

⁴Pueden ser útiles otros procedimientos heurísticos como los que evalúan dos etapas consecutivas, construcción simétrica de la secuencia, control del mix, etc. Puede consultarse al respecto Bautista, Companys y Corominas (1993/b) o Bautista (1993).

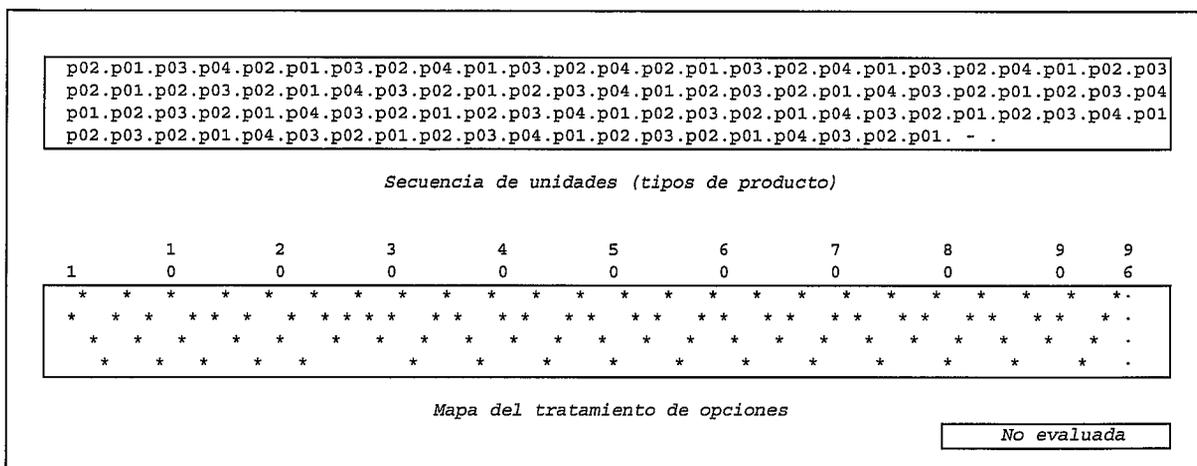


Figura-8: Resultado para el ejemplo.2 dada por el *Algoritmo.1*

4.2.- Método con retroceso

El procedimiento presentado en el punto anterior tiene las ventajas de que es muy simple de programar y es muy rápido en la obtención de soluciones; sin embargo, en muchas ocasiones la miopía de que adolece proporciona resultados que no contemplan la satisfacción completa del programa de producción a pesar de que ello sea posible.

Para evitar este inconveniente, se ha construido un procedimiento con *retroceso* que, cuando en algún punto de la construcción de la secuencia, detecta que se halla en un *callejón sin salida*, retrocede a una etapa anterior, prohíbe el camino infructuoso recorrido sobre el grafo G_1 y adopta una nueva continuación.

Este procedimiento equivale a efectuar una búsqueda *en profundidad*, o *a lo largo*, del grafo G_1 , de forma que, etapa tras etapa, se construye un camino que pasa por una serie de vértices que satisfacen todas las restricciones (5).

El método con *retroceso* presenta dos versiones en base al orden en que se realiza la exploración de los vértices siguientes al último vértice del segmento ya construido:

- exploración según el orden lexicográfico del tipo de producto (técnica de búsqueda primero en profundidad -TBPP-)
- exploración según el orden no decreciente del índice de no-regularidad $f(V)$ (técnica de búsqueda menor-coste -TBMC-)

Con el fin de evitar la búsqueda improductiva por caminos que no conducen a soluciones factibles, se ha incorporado al procedimiento (además de la *regla-1*) un

mecanismo de descarte de vértices basado en la incompatibilidad de la carga de opciones provocada por las unidades que restan por secuenciar con una cota superior de la carga admisible en el tramo de secuencia por definir.

En efecto, sea K_{jt}^+ la carga total de la opción j infligida por las $T-t+1$ unidades que restan por secuenciar cuando hallamos construido un segmento de longitud $t-1$; esto es:

$$K_{jt}^+ = \sum_{i=1}^p n_{ji} \cdot (P_i - X_{i,t-1}) \quad (8)$$

Por otra parte, puede establecerse fácilmente una cota superior, para la carga admisible en el tramo $[t, T]$ por cubrir, dependiente del tipo de variante i candidato a ser añadido en t -ésima posición. La cota propuesta, K_{ijt} , se determina de la siguiente forma:

Si $n_{ji} = 0$ entonces

$$K_{ijt} = C_0 \cdot K_j + \min \left\{ K_j, R_0 \cdot \max_h (n_{jh}) \right\} \quad (9)$$

$$\text{con } C_0 = \left\lfloor \frac{T-t}{L_j} \right\rfloor \text{ y } R_0 = (T-t) \cdot \text{MOD} \cdot (L_j)$$

Si $n_{ji} \geq 1$ entonces

$$K_{ijt} = C_1 \cdot K_j + \min \left\{ K_j, R_1 \cdot \max_h (n_{jh}) \right\} \quad (10)$$

$$\text{con } C_1 = \left\lfloor \frac{T-t+1}{L_j} \right\rfloor \text{ y } R_1 = (T-t+1) \cdot \text{MOD} \cdot (L_j)$$

En definitiva, las reglas de eliminación incorporadas al método con *retroceso* son:

Regla-1: Si $K_{ijt}^- > K_j$ entonces la variante i se descarta como candidata para ser añadida en t -ésima posición.

Regla-2: Si $K_{jt}^+ > K_{ijt}$ entonces la variante i se descarta como candidata para ser añadida en t -ésima posición.

Es evidente que, si durante el proceso de cálculo se retrocede hasta el nivel 0 del grafo y no existen alternativas posibles para proseguir, el problema no tendrá solución y, entonces, éste deberá relajarse de la forma que se considere más oportuna.

La aplicación del método con *retroceso* TBPP al ejemplo.1 conduce, tras un solo retroceso, a una solución (idéntica a la incluida en el folleto de la empresa **BULL**) con un valor de $SDQ=2443.1$; mientras que el método con *retroceso* TBMC aplicado al ejemplo.1 ofrece una solución, sin necesidad de rectificar, con un valor de $SDQ=51.6$ (idéntica a la conseguida por el método directo -*Algoritmo.1-*). En cuanto al ejemplo.2, considerablemente más duro, el método con *retroceso* TBMC precisa unos 15 minutos en un PC 486, conduciendo a una solución, con valor de $SDQ=50.4$, tal como la presentada en la **Figura-9**.

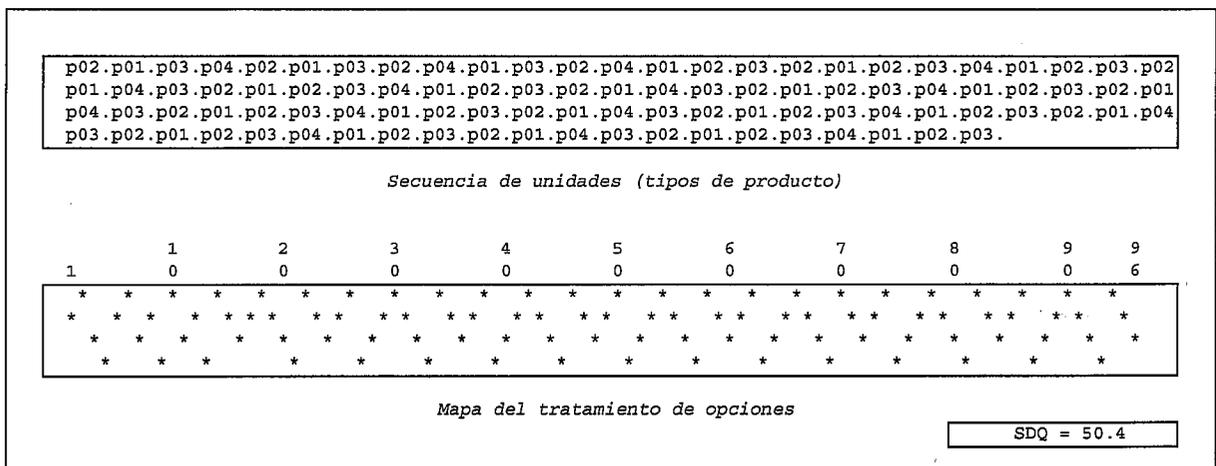


Figura-9: Solución para el ejemplo.2 dada por el procedimiento con *retroceso* TBMC

Este procedimiento se ha revelado, en casos más complejos que los aquí tratados, de una gran eficacia y rapidez. Lógicamente, existe también la posibilidad de añadir al mismo otras reglas de eliminación de alternativas (etapa tras etapa).

En efecto, otra vía de reducción en la búsqueda de soluciones se basa en la comparación del valor de una solución obtenida inicialmente con el valor de una cota inferior de SDQ . La idea de utilizar cotas para SDQ y la estructura del grafo G_1 sugiere la aplicación de la Programación Dinámica Acotada (BDP).

4.3.- Utilización del método BDP (*Bounded Dynamic Programming*)

Los principios generales de la *Programación Dinámica Acotada* (BDP) se han descrito en **Bautista, Companys y Corominas** (1991) donde podrán encontrarse más detalles, existiendo claros antecedentes de este enfoque en **Morin & Marsten** (1976) y **Marsten & Morin** (1978), prolongados por **Carraway & Schmidt** (1991). La aplicación concreta de este método al genuino problema de *Monden*

puede consultarse en **Bautista & Companys & Corominas (1993/b)** o en **Bautista (1993)**.

La BDP es un procedimiento basado en la utilización de cotas del objetivo en un esquema de *Programación Dinámica* y con un tratamiento que tiene en cuenta la limitación en el número de vértices del grafo que se puede almacenar en cada etapa en base a la disponibilidad de memoria. Para ello, se dispone de una *ventana* de anchura H sobre un grafo polietápico, de manera que, en el cálculo del camino extremo entre los vértices origen y final, se consideran, como máximo, H vértices de cada nivel. La selección (o retención) de vértices, en cada nivel, se efectúa de tal modo que los retenidos sean, entre los que se evalúan en la etapa, aquéllos que presentan los valores más prometedores para alcanzar el camino (de origen a fin) de mejor valor.

Muchos de los procedimientos ávidos propuestos para obtener secuencias regulares encajan particularmente en este esquema. Además de la generalización que supone la BDP, la ventaja fundamental de su utilización reside (como su propio nombre indica) en la acotación del valor de la función objetivo para proceder a la eliminación de vértices poco o nada prometedores.

Además, al procedimiento se puede añadir fácilmente un mecanismo de descarte de vértices basado en la violación de un conjunto de restricciones asociadas al problema; en tal caso, puede adaptarse al método BDP la consideración de restricciones.

Supongamos que inicialmente se dispone de una solución obtenida mediante algún procedimiento como el presentado en el punto §4.2; se tiene, por tanto, una secuencia de productos y su índice de no regularidad expresado por la SDQ correspondiente. Consideremos que se ha alcanzado un nivel genérico en el grafo y que centramos nuestra atención en un vértice concreto del mismo; dicho vértice, además de satisfacer todas las restricciones de carga para los componentes, tendrá asociado un índice de no regularidad (parcial) evaluado mediante la función (6); supongamos, además, que es posible calcular una cota inferior del índice de no regularidad correspondiente a las unidades que aún restan por secuenciar⁶; evidentemente, la suma de estos dos indicadores constituirá una cota inferior del valor de la mejor secuencia que pueda construirse a partir del camino ya emprendido. En tales condiciones, si el valor de la solución de partida es mejor que el de esta cota, podrá eliminarse el vértice considerado y prescindir de todos los cálculos que reportaría tenerlo en consideración en etapas posteriores, ya que es imposible que a través de él pueda hallarse un camino de origen a fin (una

⁶Ver detalles en **Bautista, Companys y Corominas (1993/b)** o **Bautista (1993)**.

secuencia de productos) que tenga un índice de no regularidad más pequeño que el de la secuencia hallada inicialmente.

El número de vértices que se retienen en cada etapa es a lo sumo igual al ancho de ventana H , y los vértices retenidos en cada etapa son los que presentan mejor valor de la cota, siendo expulsados (en caso de ser necesario) el resto de los vértices generados.

En caso de que se produzca la expulsión de vértices, es conveniente guardar la mejor cota de los vértices expulsados, puesto que dicho valor constituirá una cota inferior de los caminos no explorados.

Con la eliminación de vértices gracias al empleo de cotas, a las reglas de eliminación de estados (reglas 1 y 2, para el caso que nos ocupa) y con la limitación del número de secuencias que se construyen en paralelo (ancho de ventana), es posible encontrar soluciones (si existen) no peores a la de partida. Si al finalizar el procedimiento no se ha empleado completamente el ancho de ventana disponible, podemos asegurar que la mejor solución hallada es óptima; también puede afirmarse que se ha encontrado una solución óptima si la cota de los caminos no explorados es peor que el valor de una de las soluciones halladas.

Evidentemente, la BDP puede emplearse también para obtener buenas y rápidas soluciones iniciales; para ello, basta con limitar la ventana a un valor pequeño (v.g. número de tipos de productos) y considerar un valor ficticio para la solución de referencia suficientemente grande.

De forma breve, el procedimiento presenta las fases siguientes:

Fase.1 Hallar una solución inicial S_0

Fase.2 Generación de Vértices

- Se genera un descendiente del vértice en tratamiento
- Si no hay descendientes se pasa a tratar otro vértice
- Si no hay más vértices que tratar se pasa al siguiente nivel
- Si no hay más niveles → Finalizar

Fase.3 Evaluación de la cota de la solución en construcción

- Tomar el descendiente generado
- Evaluar la cota (segmento_construido + complemento)
 - 1.-Si la cota es peor que S_0 → Eliminar el vértice. Ir a *Fase.2*
 - 2.-Si no → Continuar

- Fase.4* Test del cumplimiento de las restricciones
- Si la subsecuencia asociada al vértice generado viola alguna restricción o las unidades pendientes pueden violar alguna restricción (aplicación de las reglas 1 y 2) → Eliminar el vértice. Ir a *Fase.2*
 - Si no → Continuar

- Fase.5* Actualización de la Lista de vértices por limitación de memoria
- Si hay memoria disponible → Se almacena el vértice generado para considerarlo en la etapa siguiente. Ir a *Fase.2*
 - Si no hay memoria disponible → Se rechaza el peor vértice entre el generado y los almacenados; se actualiza la cota del mejor vértice rechazado. Ir a *Fase.2*.

.En la **Figura-10** se presenta una de las 4 soluciones óptimas para el ejemplo.2 obtenidas con el método BDP (valor de $SDQ = 49.54$). Para demostrar que dicha solución es óptima ha sido necesario emplear un ancho de ventana $H=90$ partiendo de un valor de referencia igual a 50.68; sin embargo, un ancho de ventana $H=4$ es suficiente para conseguir el óptimo a partir de la misma referencia.

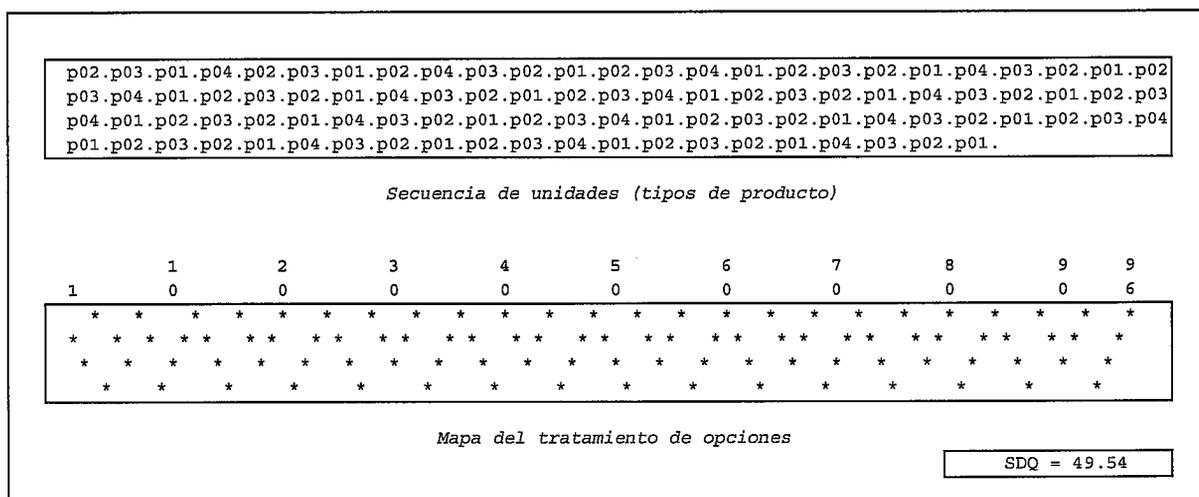


Figura-10: Solución para el ejemplo.2 dada por la BDP

En lo concerniente al ejemplo.1, con la aplicación de la BDP para un ancho máximo de ventana $H=18$ y tomando como valor de referencia el obtenido por el *Algoritmo.1*, se obtienen 18 soluciones, todas ellas, con valores inferiores a 51.61 (mejor valor de referencia) y que satisfacen todas las restricciones impuestas. Dichos valores se muestran en la **Tabla-2**.

Prosiguiendo el proceso de búsqueda de soluciones: partiendo de un valor inicial igual a 45.41, y ampliando el ancho máximo de ventana a 500, se obtienen 231

soluciones con valor inferior al de partida, y que satisfacen las restricciones impuestas.

| | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| <i>S01: 45.41</i> | <i>S07: 45.97</i> | <i>S13: 46.29</i> |
| <i>S02: 45.73</i> | <i>S08: 45.97</i> | <i>S14: 46.37</i> |
| <i>S03: 45.73</i> | <i>S09: 46.01</i> | <i>S15: 46.57</i> |
| <i>S04: 45.73</i> | <i>S10: 46.23</i> | <i>S16: 46.63</i> |
| <i>S05: 45.75</i> | <i>S11: 46.25</i> | <i>S17: 46.81</i> |
| <i>S06: 45.77</i> | <i>S12: 46.29</i> | <i>S18: 46.85</i> |

Tabla-2: Soluciones para el ejemplo.1 dadas por BDP (H=18)

En la **Figura-11**, se muestran las seis mejores soluciones halladas; el valor de *SDQ* es igual a 44.73 para todas; la cota que corresponde al mejor vértice rechazado es 41.65. Las secuencias halladas por la BDP presentan un índice de no regularidad que se encuentra a un 7,39% de dicha cota.

SOLUCION.4

p05.p13.p09.p14.p10.p08.p15.p07.p11.p01.p17.p05.p11.p07.p09.p07.p11.p14.p10.p08.p09.p05.p17.p03.p17
 p05.p12.p15.p07.p15.p03.p17.p01.p17.p03.p15.p07.p11.p06.p10.p14.p11.p02.p16.p03.p17.p05.p18.p02.p16
 p05.p10.p08.p15.p17.p03.p16.p02.p11.p14.p10.p06.p11.p07.p15.p03.p17.p01.p17.p05.p11.p07.p09.p08.p15
 p07.p11.p17.p01.p11.p07.p15.p14.p04.p05.p16.p07.p11.p05.p17.p01.p11.p07.p15.p08.p10.p16.p03.p17.p05

Secuencia de unidades (tipos de producto)

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |

Mapa del tratamiento de opciones

SOLUCION.5

p05.p13.p09.p14.p10.p08.p15.p07.p11.p01.p17.p05.p11.p07.p09.p07.p11.p14.p10.p08.p09.p05.p17.p03.p17
 p05.p12.p15.p07.p15.p03.p17.p01.p17.p03.p15.p07.p11.p06.p10.p14.p11.p02.p16.p03.p17.p05.p18.p02.p15
 p16.p07.p11.p05.p17.p03.p16.p02.p11.p14.p10.p06.p11.p07.p15.p03.p17.p01.p17.p05.p11.p07.p09.p08.p15
 p07.p11.p17.p01.p15.p08.p10.p14.p04.p05.p16.p07.p11.p05.p17.p01.p11.p07.p15.p08.p10.p16.p03.p17.p05

Secuencia de unidades (tipos de producto)

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |

Mapa del tratamiento de opciones

SOLUCION.6

p05.p13.p09.p14.p10.p08.p15.p07.p11.p01.p17.p05.p11.p07.p09.p07.p11.p14.p10.p08.p09.p05.p17.p03.p17
 p05.p16.p11.p07.p15.p03.p17.p01.p17.p03.p15.p07.p11.p06.p10.p14.p11.p02.p16.p03.p17.p05.p18.p02.p16
 p05.p10.p08.p15.p17.p03.p16.p02.p11.p14.p10.p06.p11.p07.p15.p03.p17.p01.p17.p03.p15.p07.p15.p12.p05
 p17.p05.p11.p07.p09.p08.p10.p14.p04.p05.p16.p07.p11.p05.p17.p01.p11.p07.p15.p08.p17.p01.p11.p07.p15

Secuencia de unidades (tipos de producto)

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |
| * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * |

Mapa del tratamiento de opciones

Figura-11: Soluciones para el ejemplo.1 dadas por BDP (2 de 2)

5.-Conclusiones

En este trabajo se presenta un tipo de problema de secuenciación en líneas de montaje mixtas en el que los consumos o las aplicaciones de los recursos necesarios para elaborar los productos finales se hallan sometidos a un conjunto de restricciones. Cada restricción señala la máxima carga de una opción en cualquier tramo o subsecuencia de una longitud dada. Las restricciones consideradas responden a limitaciones de distinta naturaleza: de tipo físico (que sea imposible, por motivos de espacio, albergar en un tramo de la línea más de un número de unidades idénticas), de tipo operativo (que sea imposible realizar ciertas operaciones a una frecuencia superior a la que permite el sistema productivo), etc.; no obstante, pueden ser útiles, también, para que las secuencias presenten una serie de propiedades deseables en contexto JIT tales como la regularidad del consumo de recursos o la de la salida de las variantes de un producto.

El empleo conjunto de una función objetivo y de las restricciones de carga permite una caracterización mixta de la regularidad (cuantitativa y cualitativa), y representa un tipo de problema (CORV) que combina el problema de equilibrar el consumo de recursos respecto a un ideal establecido (tratado por Monden (1983) y, posteriormente, por Miltenburg & Sinnamon (1991) y Bautista & Companys & Corominas (1993/b), entre otros) con el de compatibilizar las cargas (tratado por BULL).

Hemos presentado dos procedimientos heurísticos y uno exacto para la resolución del problema CORV. Hemos utilizado un criterio basado en la distancia cuadrática entre los puntos real e ideal de producción (SDQ); no obstante, todos los procedimientos son adaptables a otros tipos de criterio, como los basados en la distancia euclídea SDE y en la distancia rectangular SDR.

BIBLIOGRAFÍA

BAUTISTA, J., COMPANYS, R. Y COROMINAS, A. (1991), "Introducción al BDP", *D.I.T.*, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J. (1993), *Procedimientos heurísticos y exactos para la secuenciación en sistemas productivos de unidades homogéneas (contexto JIT)*, Tesis Doctoral, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., COMPANYS, R. Y COROMINAS, A. (1993/a), "Level Schedules for Mixed-model Assembly Line and the Apportionment Problem", *D.I.T. (submitted to Management Sci.)*, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., COMPANYS, R. Y COROMINAS, A. (1993/b), "Heuristics and exact Algorithms for solving the Monden Problem", *D.I.T. (submitted to EJOR)*, DOE, ETSEIB-UPC.

BULL (Folleto CHARME, 13.E8-24 CL, 1989).

CARRAWAY, R. L. & SCHMIDT, R. L. (1991), "An improved discrete Dynamic Programming Algorithm for allocating resources among interdependent projects", *Management Sci.*, vol.37, n. 9, pp. 1195-1200.

COMPANYS, R. (1989), "Secuenciación de productos en el montaje para lograr la regularidad en el consumo de recursos", *CIM*, n. 10.

DING, F.Y. & CHENG, L. (1993), "A simple sequencing algorithm for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems", *Operations Research Letters*, 13 (1993) 27-36.

INMAN, R.R. & BULFIN, R.L. (1991), "Sequencing JIT Mixed-Model Assembly Lines", *Management Sci.*, vol. 35, n.7, pp. 901-904.

KUBIAK, W. & SETHI, S. (1991), "A Note on 'Level Schedules for Mixed-Model assembly Lines in Just-in-Time Production Systems'", *Management Sci.*, vol. 37, n. 1, pp. 121-122.

MILTENBURG, J. (1989), "Level Schedules for Mixed-Model assembly Lines in Just-in-Time Production Systems", *Management Sci.*, vol. 35, n. 2, pp. 192-207.

MILTENBURG, J. & SINNAMON, G. (1989), "Scheduling mixed-model multi-level Just-in-Time Production Systems", *Int.J.P.R.*, vol. 27, n. 9, p. 1487.

MONDEN, Y. (1983), *Toyota Production System*, Institute of Industrial Engineers Press, Norcross, GA.

OKAMURA, K. & YAMASHITA, H. (1979), "A Heuristic Algorithm for the Assembly Line Model-Mix Sequencing Problem to Minimize the Risk of Stopping the Conveyor", *Int.J.P.R.*, vol. 17, n. 3, p. 233.

SUMICHAIST, R. T. & RUSSELL, R. S. (1990), "Evaluating Mixed-model Assembly Line Sequencing Heuristics for Just-in-Time Production Systems", *Journal of Operations Man.*, vol. 9, n. 3, p. 371.

YANO, C. A. & RACHAMADUGU, R. (1991), "Sequencing to minimize Work Overload in Assembly Lines with Product Options", *Management Sci.*, vol. 37, n. 5, p. 572.