MODELOS Y PROCEDIMIENTOS PARA DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN ENTORNOS URBANOS

J. Bautista¹, R. Sempértegui², J. Pereira³, R. Griñó⁴

l Departamento de Organización de Empresas Universidad Politécnica de Cataluña, 08028 Barcelona, España E-mail: joaquin.bautista@upc.es

²Departamento de Automatización Avanzada y Robótica Universidad Politécnica de Cataluña, 08028 Barcelona, España

E-mail: rodrigo.sempertegui@upc.es

³Departamento de Organización de Empresas Universidad Politécnica de Cataluña, 08028 Barcelona, España

E-mail: jorge.pereira@upc.es

⁴Departamento de Automatización Avanzada y Robótica Universidad Politécnica de Cataluña, 08028 Barcelona, España

E-mail: robert.grino@upc.es

RESUMEN

En este artículo se presenta una descripción y se define el problema de la Planificación de Redes de Distribución Eléctrica en Entornos Urbanos. Se realiza una revisión de los trabajos publicados en la literatura sobre este tema, se presenta un modelo matemático que es resuelto con programación lineal entera y se realiza una experiencia computacional con resultados satisfactorios, lo cual nos permite llegar a conclusiones interasantes.

Palabras y frases clave: PLE, Planificación, Distribución, Flujos en redes

Clasificación AMS: 90C27, 90B06, 90C11.

1. Introducción

La planificación del sistema de distribución tiene por objetivo asegurar que el crecimiento de la demanda de energía eléctrica por parte de los usuarios sea satisfecha mediante un crecimiento del sistema de distribución; asegurando los requerimientos técnicos del sistema, y minimizando el coste económico de la reestructuración. El

resultado de la planificación deberá definir la localización y dimensionamiento de las subestaciones, así como, el trazado y dimensionamiento de los alimentadores, cumpliendo con las restricciones impuestas por la normativa de distribución eléctrica.

Este problema ha sido ampliamente estudiado por muchos investigadores desde los años 70. Los trabajos reportados en la literatura pueden clasificarse de acuerdo a diversos factores como: (1) El Tratamiento realizado del Sistema, (2) Etapas del Plan y el lapso de tiempo, (3) Consideración de restricciones de Caída de Tensión y Radialidad y (4) Técnicas de Resolución.

Desde el punto de vista de Tratamiento del Sistema algunos autores consideran que la planificación del sistema de distribución puede ser tratado a través de la resolución de dos subproblemas separables: El relacionado con las subestaciones y el relacionado con los alimentadores. Algunos investigadores enfrentan el problema como una secuencia de los dos subproblemas anteriores, primero se analiza el dimensionamiento y localización de subestaciones para posteriormente determinar el trazado y dimensionamiento óptimos de los alimentadores. Sin embargo desde el punto de vista matemático, no son separables ya que existe una estrecha relación entre ambos.

Dado el error que conlleva el tratamiento separado de los subproblemas, y gracias a los desarrollos en el campo de la informática, en la actualidad se busca enfrentar el problema en forma global, es decir haciendo un análisis conjunto de la localización de subestaciones y trazado y dimensionamiento de alimentadores.

Bajo el enfoque del Horizonte de Planificación los trabajos se dividen entre los de simple (única) o varias etapas.

Los modelos de simple etapa son denominados modelos "estáticos". En ellos se asume una demanda de carga constante durante el horizonte de planificación. Estos modelos no analizan el factor de crecimiento de la carga y, por lo tanto, no tienen necesidad de estudiar los cambios de las instalaciones a lo largo del período de planificación. Así mismo consideran usualmente un año como período de planificación.

Algunos autores enfocan los problemas multiperíodo como una secuencia de crecimientos o expansiones tratados como problemas estáticos. A esta metodología se le denomina "pseudodinámica" ya que las soluciones parciales de cada etapa no son influenciadas por decisiones de etapas futuras durante el proceso de optimización.

En los últimos años se han realizado muchos esfuerzos para desarrollar métodos más complejos que sean capaces de resolver el problema multiperíodo en su conjunto a los que se les denomina "dinámicos". En la metodología dinámica las decisiones de construcción de todas las etapas del plan se buscan simultáneamente en el proceso de optimización.

Por otra parte, y a fin de facilitar la resolución del problema, muchos investigadores ignoran las restricciones de Caída de Tensión y Radialidad. Aun así estas restricciones tienen importancia desde un punto de vista práctico, debido a que el planificador está interesado en lograr una solución de la red de alimentadores que cumpla las caídas de tensión marcadas por la legislación, así como, de obtener redes radiales por su sencillez operativa y de mantenimiento.

Si bien la naturaleza del problema incluyen restricciones de naturaleza no lineal, el problema normalmente es modelado como un problema combinatorio con restricciones linealizadas. Los procedimientos más comúmenmente utilizados para la resolución de estos modelos son: la programación lineal entera, la programación dinámica, variantes de los algoritmos de flujos en redes, diferentes variantes de los procedimientos de Branch and Bound, y en los últimos tiempos, algoritmos evolutivos y sistemas expertos.

En el anexo 1 se muestra un resumen de las características de los modelos publicados en la literatura científica.

El esquema de lo que resta de trabajo es el siguiente. En la sección 2 se desarrollará un modelo para el problema conjunto, tratamiento de subestaciones y alimentadores, en el que tiene en cuenta las restricciones de radialidad y caída de tensión para una única etapa. En la sección 3 se proponen algunas variantes de este modelo. La sección 4 muestra una experiencia computacional resuelta mediante Programación Lineal Entera y finalmente se presentan las conclusiones del trabajo.

2. Modelo Matemático

Sea $G=\{V,A\}$ el grafo asociado a la red del problema donde V representa el conjunto puntos de ubicación de subestaciones (existentes o candidatas), puntos de ubicación de demanda de carga (estaciones de transformación) y cruces de calles y A el conjunto arcos asociados a los nodos donde es factible construir tramos de alimentadores. Una solución del problema quedará determinada por un árbol del grafo (que representará la red de distribución), y un subconjunto de los vértices donde se localizan las subestaciones. Adicionalmente, cada uno de los Nodos que pertenecen al árbol solución deben cumplir restricciones asociadas a la caída de tensión permisible, mediante la definición de los calibres del conductor de cada arco que constituye el árbol.

A continuación se describe la nomenclatura usada en el problema. En caso de necesidad, se adjunta la unidad de medida utilizada entre corchetes.

Nomenclatura del Problema

Datos del Problema

 l_{ii} = Longitud del arco entre los nodos i y j [m].

 CX_k, CY_k = Coordenadas x,y del Nodo k.

N_SE = Número máximo de Subestaciones a instalarse.

Deman_i = Demanda de consumo en el nodo i [KW]. La demanda es

considerada un valor negativo mientras que la generación es

considerada positiva.

 L_k = Longitud del alimentador que llega a la Subestación k [m].

R_k = Resistencia por unidad de Longitud para el conductor tipo k

 (Ω/m)

Arcs = Conjunto de Arcos totales.

COND = Conjunto de tipos de conductores.

N = Conjunto de Nodos totales.

N⁺ = Conjunto de Nodos asociados con la localizaciones propuestas

para construir una Subestación.

N = Conjunto de Nodos asociados con las Demandas de Energía que

no son localizaciones propuestas para construir una Subestación.

 N^0 = Conjunto de Nodos asociados de paso o transferencia que no son

localizaciones propuestas para construir una Subestación.

AE = Conjunto de Arcos existentes en el sistema

SE = Conjunto de Subestaciones existentes en el sistema.

V_n = Tensión nominal de los alimentadores

Parámetros

C₁ = Coste de instalación de los alimentadores por unidad de longitud,

definido como la media del coste del sistema existente (sin

considerar conductor) [€/m].

C₂ = Coste por unidad de energía [€/KWh].

 C_{3k} = Coste del terreno e infraestructura física necesaria para la

instalación de una Subestación en el nodo k [€].

C₄ = Coste por unidad de potencia del equipo de una Subestación

[€/KWh].

C₅ = Coste de instalación del alimentador a la Subestación por unidad

de longitud [€/m].

 C_{6k} = Coste del conductor tipo k por unidad de longitud [ϵ /m].

 $M = Constante = 2* V_n$

 $K_{max} = 50$

 V_{min} = Tensión máxima exigida por el sistema.

 V_{max} = Tensión mínima exigida por el sistema.

Variables

 f_{ijk} = Flujo de potencia entre los nodos i y j a través del conductor tipo

k [KW].

P_i = Potencia de la Subestación ubicada en el nodo i [KW].

 λ_{ijk} = variable binaria que define la existencia del arco i-j con conductor

tipo k.

1 si existe el arco entre los nodos i y j con conductor tipo k.

0 en caso contrario.

Y_i = variable binaria que define la existencia de la subestación en el

1 si existe la subestación en el nodo i.

0 en caso contrario.

Variables Auxiliares

 F_{ij} = Flujo de potencia entre los nodos i y j [KW].

$$F_{ij} = \sum_{\forall k \in Cond} f_{ijk} \quad \forall i, j \in Arcs$$

 X_{ij} = variable binaria que define la existencia del arco i-j.

$$X_{ij} = \sum_{\forall k \in Cond} \mathbf{1}_{ijk} \quad \forall i, j \in Arcs$$

Adicionalmente, se definen un conjunto de variables asociadas adicionales que serán utilizadas posteriormente para obtener cortes heurísticos que permitan eliminar las variables asociadas a arcos que tienen poca probabilidad de aparecer en aquellas soluciones de alta calidad.

CX₀, CY₀ = Coordenadas del punto medio de las ubicaciones candidatas, relacionadas con las coordenadas de los nodos. a subestaciones definidas mediante:

$$CX_{0} = \frac{\sum\limits_{\forall i \in N^{+}} CX_{i}}{\left|N^{+}\right|}$$

$$CY_{0} = \frac{\sum\limits_{\forall i \in N^{+}} CY_{i}}{\left|N^{+}\right|}$$

 d_i = Distancia entre el nodo i y el punto medio de los nodos candidatos[m] .

$$d_{i} = \sqrt{(CX_{i} - CX_{o})^{2} + (CY_{i} - CY_{o})^{2}} \qquad \forall i \in N$$

d_{max} = Distancia máxima del conjunto de distancias d_i

K_{ij} = Ratio de eliminación de arcos poco probables

$$K_{ij} = \frac{\left(\frac{(d_i + d_j)}{2} - 50\right) Z_{\text{max}}}{d_{\text{max}} - 50} \qquad \forall i, j \in ar \cos$$

Función Objetivo

El problema de planificación de sistemas de distribución involucra diversos tipos de costes. En el presente trabajo, se han tenido en cuenta los costes fijos asociados a la construcción de alimentadores y subestaciones, así como las pérdidas en los núcleos de los transformadores, y costes variables, referentes a las pérdidas por efecto Joule en los conductores, alimentadores, y los relacionados con las pérdidas de carga en los transformadores.

A continuación se pasa a describir la función asociada a cada uno de estos costes.

El coste de instalación de la red de alimentación que sirve a la Subestación, incluye los costes correspondientes a construcción del sistema de alimentación, siendo función de la distancia de la red existente a la subestación a construir.

$$Z_1 = \sum_{\forall k \in N^+} C_5 L_k Y_k \tag{1}$$

Los costes asociados a la compra del terreno y a la infraestructura física necesaria para la instalación de subestaciones, corresponde a la fórmula (2), siendo función de la ubicación escogida.

$$Z_2 = \sum_{\forall k \in N^+} C_{3k} Y_k \tag{2}$$

La instalación de equipos de potencia, como los transformadores, control, seccionadores y actuadores, y protección, como pararrayos y disyuntores, de las subestaciones, que pueden considerarse proporcionales a la potencia instalada de la subestación, se reportan en la fórmula (3).

$$Z_3 = \sum_{\forall k \in N^+} C_4 P_k \tag{3}$$

La instalación de los accesorios de los alimentadores, postes y herrajería para los sistemas aéreos o zanjas, tubería y pozos de revisión para los sistemas subterráneos, corresponden a los costes de instalación de los alimentador.

En estos costes, no se incluye el coste asociado a la compra de conductores, ya que el coste del conductor depende de su calibre siendo éste una variable del problema.

La constante C_1 es la media del coste por metro lineal de los accesorios del alimentador del sistema existente.

$$Z_4 = \sum_{\forall i, \forall j} C_i l_{ij} X_{ij} \tag{4}$$

Las pérdidas de potencia en los alimentadores, dependen de la intensidad que circula por ellos, así como de su longitud y calibre. Esta restricción ha sido linealizada ya que el numerador de la función es de naturaleza cuadrática respecto a la variable flujo.

$$Z_5 = \sum_{\forall i, \forall j} \frac{C_2 l_{ij} R_k f_{ijk}}{\sqrt{3} V_n} \tag{5}$$

Los costes de compra e instalación de conductor están relacionados con el calibre seleccionado, tal como muestra la fórmula (6).

$$Z_6 = \sum_{\forall i, j \in ar \cos} \left(l_{ij} \sum_{k \in Cond} C_{6k} \mathbf{1}_{ijk} \right)$$

$$\tag{6}$$

La función objetivo del modelo será la suma de los costes implicados en la optimización.

Restricciones

La función objetivo esta sujeta a restricciones matemáticas relacionadas con condiciones técnicas exigidas por el sistema. Adicionalmente, se incluyen dos conjuntos de restricciones. El primer conjunto es una serie de restricciones no necesarias que permiten reducir el espacio de búsqueda, ya que cualquier solución óptima para el problema las cumple. El segundo conjunto de restricciones no necesarias está formado por restricciones de carácter heurístico que, aunque no aseguren que el espacio de soluciones incluya a la solución óptima, reducen considerablemente los tiempos de ejecución, véase sección 3 y 4 del presente trabajo.

Restricciones de carácter técnico:

$$X_{ij}^{F_{ji}} - X_{ji}^{F_{jj}} = P_i + Demandaj \quad \forall j \in N$$

$$X_{ij} - X_{ji} <= 1 \quad \forall ij \in Arcs$$
(8)

$$\left(\boldsymbol{l}_{ijk} - \boldsymbol{l}_{ijk} < = 1 \qquad \forall k \right) \quad \forall ij \in Arc:$$
 (9)

$$\sum_{i \in I} X_{ij} = 1 \qquad y \quad j \in N^- \tag{10}$$

$$\sum_{\forall ij \in Arcs} X_{ij} = 1 \qquad y \quad j \in N^{-}$$

$$\sum_{\forall ij \in Arcs} X_{ij} <= 1 \quad y \quad j \in N^{0}$$
(11)

$$\sum_{\forall i \in N^+} P_i = \sum_{\forall i \in N^-} Deman_j \tag{12}$$

$$\sum_{\forall i \in N^{+}} Y_{i} \leq (N _SE + | SE |)$$

$$X_{ij} = \sum_{\forall k \in COND} I_{ijk} \quad \forall ij \in Arcs$$

$$F_{ij} = \sum_{\forall k \in COND} f_{ijk} \quad \forall ij \in Arcs$$

$$(14)$$

$$X_{ij} = \sum_{ijk} I_{ijk} \quad \forall ij \in Arcs$$
 (14)

$$F_{ij} = \sum_{\forall k \in COND} f_{ijk} \qquad \forall ij \in Arcs \tag{15}$$

$$V_{i} - V_{j} \le \sum_{\forall k \in cond} \frac{l_{ij} R_{ijk} f_{ijk}}{\sqrt{3} V_{n}} + M(1 - X_{ij}) \qquad \forall i, j \in N \ y \ ij \in Arcs$$

$$(16)$$

$$V_{i} - V_{j} \leq \sum_{\forall k \in COND} \frac{l_{ij}R_{ijk}f_{ijk}}{\sqrt{3}V_{n}} + M(1 - X_{ij}) \qquad \forall i, j \in N \ y \ ij \in Arcs$$

$$V_{i} - V_{j} \geq \sum_{\forall k \in COND} \frac{l_{ij}R_{ijk}f_{ijk}}{\sqrt{3}V_{n}} - M(1 - X_{ij}) \qquad \forall i, j \in N \ y \ ij \in Arcs$$

$$V_{i} \leq V_{n}Y_{i} + (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$X_{ij} = 1 \qquad \forall ij \in AE$$

$$Y_{j} = 1 \qquad \forall j \in SE$$

$$(15)$$

$$(16)$$

$$V_{i} = N \quad y \quad ij \in Arcs$$

$$V_{i} \leq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_{i} \geq V_{n}Y_{i} - (1 - Y_{i})M \qquad \forall i \in N^{+}$$

$$V_i \le V_{ii} Y_i + (1 - Y_i)M \qquad \forall i \in N^+$$
 (18)

$$V_i \ge V_{ii} Y_i - (1 - Y_i)M \qquad \forall i \in N^+$$

$$\tag{19}$$

$$X_{ii} = 1 \qquad \forall ij \in AE \tag{20}$$

$$Y_{i} = 1 \qquad \forall j \in SE \tag{21}$$

La restricción (7) corresponde a las Leyes de Kirchhoff o Ley de Conservación de la Energía. Esta se encarga de asegurar que para cada nodo del sistema, la suma de los flujos de entrada menos la suma de los flujos de salida sea igual a la generación menos la demanda o consumo asociada al nodo. Las restricciones (8), (9), (10) y (11) aseguran la radialidad de la solución permitiendo además definir un único sentido de flujo en cada arco. La restricción (12) están asociadas a la satisfacción de la demanda, asegurando que las subestaciones están en condiciones de cubrir la demanda total del sistema. Por su parte la restricción (13) limita el número de subestaciones que se pueden instalar en la red.

Las restricciones (14) y (15) permiten conectar las variables auxiliares relacionadas con la existencia del arco en la solución y el flujo que lo recorrerá, y el conjunto de variables para ese arco que dependen de los tipos de conductor.

El mantenimiento de los requerimientos mínimos impuestos a la caída de tensión, se cumplen mediante el conjunto de restricciones (16) y (17) analizando las variaciones de tensión entre nodos conectados en el grafo. Por su parte las restricciones (18) y (19) aseguran el cumplimiento de la tensión exigido en las subestaciones.

Las restricciones (20) y (21) definen los alimentadores y subestanciones existentes en el sistema que se debe planificar.

A continuación, se muestra el conjunto de restricciones adicionales al modelo.

$$F_{ij} <= -C_l X_{ij} \sum_{\forall k = N^-} Deman_k \qquad \forall ij \in Arcs$$
 (22)

$$P_{i} <= -Y_{i} \sum_{j=1,\dots,r} Deman_{k} \qquad \forall i \in N^{+}$$
 (23)

$$Y_i \le P_i \qquad \forall i \in N^+ \tag{24}$$

$$X_{ij} \le F_{ij} \qquad \forall ij \in Arcs \tag{25}$$

$$F_{ij} \leftarrow -C_{l}X_{ij}\sum_{\forall k \in N^{-}}Deman_{k} \quad \forall ij \in Arcs$$

$$P_{i} \leftarrow -Y_{i}\sum_{\forall k \in N^{-}}Deman_{k} \quad \forall i \in N^{+}$$

$$Y_{i} \leq P_{i} \quad \forall i \in N^{+}$$

$$X_{ij} \leq F_{ij} \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\left(f_{ij} \leq -\mathbf{1}_{ijk}\sum_{\forall k \in N^{-}}Deman_{l} \quad \forall k \in cond\right) \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

$$\mathbf{1}_{ijk} \leq f_{ij} \quad \forall k \in cond\right) \quad \forall ij \in Arcs$$

La restricción (22) asocia los flujos con la existencia de cada arco con el flujo, evitando las búsquedas no provechosas de flujo en caso de no existencia del arco. La restricción (23) limita la potencia asociada a las subestaciones, mientras que las restricción (24), (25), (26) y (27) han sido modelizadas mediante un proceso de prueba y error.

A continuación se muestran los límites que pueden adoptar las variables.

$$0 \le X_{ii} \le 1 \qquad \forall ij \in Arcs \tag{28}$$

$$0 \le F_{ij} \le \sum Deman_i \quad \forall ij \in Arcs$$
 (29)

$$0 \le \mathbf{I}_{iik} \le 1 \qquad \forall ij \in Arcs \ y \ k \in COND \tag{30}$$

$$0 \leq X_{ij} \leq 1 \quad \forall ij \in Arcs$$

$$0 \leq F_{ij} \leq \sum_{\forall i \in Nodos} Deman_i \quad \forall ij \in Arcs$$

$$0 \leq I_{ijk} \leq 1 \quad \forall ij \in Arcs \ y \ k \in COND$$

$$0 \leq f_{ijk} \leq \sum_{\forall i \in Nodos} Deman_i \quad \forall ij \in Arcs \ y \ k \in COND$$

$$0 \leq Y_i \leq 1 \quad \forall i \in N^+$$

$$0 \leq Y_i \leq 1 \quad \forall i \in N^+$$

$$0 \leq P_j \leq \sum_{\forall i \in N^-} Deman_i \quad \forall j \in N^+$$

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad \forall i \in N$$

$$(38)$$

$$0 \le Y_i \le 1 \qquad \forall i \in N^+ \tag{32}$$

$$0 \le P_j \le \sum Deman_i \qquad \forall j \in N^+ \tag{33}$$

$$V_{\min} \le V_i \le V_{\max} \qquad \forall i \in N \tag{34}$$

3. Variantes del modelo

Se han considerado tres variantes sobre el modelo expuesto en la sección 2. El primero de ellos, denominado modelo global con eliminación de arcos incluye una restricción heurística para reducir el espacio de búsqueda, la segunda variante trata el modelo en dos partes, mientras el tercero incluye en este proceso por partes la restricción heurística adicional.

3.1 Modelo Global con Eliminación de Arcos Poco Probables

Este modelo pretende reducir el tiempo utilizado para resolver el problema mediante la inclusión de una nueva restricción, fórmula 35, que elimina el sentido de los arcos cuyo con dirección a las subestaciones, con probabilidad inversamente proporcional a la distancia del arco respecto de las subestaciones candidatas, esta distribución de probabilidades es muy alta para los arcos cercanos a la subestación y casi nula para los arcos más alejados.

$$X_{ij} = 0 \qquad \forall arcoi, j \ tal \ que \ d_{i} > d_{i} + K_{ij}$$
 (35)

3.2 Modelo en Dos Etapas

En esta variante el modelo se ha dividido en dos subproblemas que se resuelven secuencialmente. En una primera fase, asociada al primer subproblema, se realiza la localización y el dimensionamiento de la Subestación así como el trazado de las rutas de los alimentadores sujetas a las restricciones de radialidad. En la segunda fase, se realiza el dimensionamiento de los conductores sujetos a las restricciones de caída de tensión máxima permisible. La segunda fase utiliza los resultados de la primera como parámetros del problema.

3.3 Modelo en Dos Etapas con Eliminación de Arcos Poco Probables

Esta variante combina las anteriores, resolviendo el problema en dos etapas y aplicando las restricciones (35) en la primera fase.

4. Experiencia computacional

Para comprobar la validez del modelo presentado, así como las restricciones adicionales y la restricción heurística, se ha resuelto siete colecciones de problemas formadas por diez ejemplares cada una, y con un tamaño comprendido entre 16 y 100 nodos mediante programación lineal entera.

La generación de cada programa lineal se ha realizado mediante un programa desarrollado en lenguaje C, utilizando la librería de programación lineal CPLEX, versión 6.5. Los programas se han ejecutado en una estación de trabajo SUN Entreprise 450, con 4 procesadores con un 1GB. de memoria RAM. Para cada algoritmo se reportan los resultados obtenidos así como el tiempo de ejecución del algoritmo calculado en tiempo real de ejecución mediante la función time(NULL). Se ha fijado un límite al tiempo de resolución igual a 3600 segundos.

Para cada colección y procedimiento se reporta el tiempo mínimo, medio y máximo de ejecución, así como su desviación estándar, el número de mejores soluciones encontradas y el error, medido para los procedimientos global con restricción heurística y procedimientos dos pasos, como la diferencia del valor obtenido respecto al valor obtenido por el procedimiento denominado Global, mientras que en el caso del procedimiento global, se ha medido la diferencia entre el valor obtenido y el valor de cota inferior a solución al que ha llegado el procedimiento durante la búsqueda.

Nodos	GLOI	BAL		GLOI			DOS	ETAP.	AS	DOS		APAS						
				KES I	RICC	ION				CON								
										RESTRICCION								
	Min	Max	Med	Min	Max	Med	Min	Max	Med	Min	Max	Med						
16	5	145	27.9	3	111	20.9	0	1	0.2	0	1	0.2						
25	68	3600	1962	53	3600	1202.9	0	3	1.4	0	1	0.4						
36	677	3600	3334.3	677	3600	3334.3	1	12	4.5	0	4	1.3						
49	3600	3600	3600	3600	3600	3600	4	143	39.6	1	3	1.5						
64	3600	3600	3600	3600	3600	3600	79	3600	1057.8	2	60	13.3						
81	3600	3600	3600	3600	3600	3600	101	3600	1829.2	2	405	123						
100	3600	3600	3600	3600	3600	3600	2297	3600	3455	45	3600	1437						

Tabla 1: Tiempos mínimo, medio y máximo de ejecución de los algoritmos

Nodos	GLOB A	AL		GLOB A	AL	CON	DOS E	ГАРА	S	DOS	ET	APAS					
				RESTR	ICCIO	ŃČ				CON							
										RESTRICCION							
	Desv.	Opt.	Error	Desv.	Opt.	Error	Desv.	Opt.	Error	Desv.	Opt.	Error					
16	41.5	9	0.0	32.1	10	0	0.4	10	0	0.4	10	0					
25	1066.3	7	0.0	1066.3	9	0	0.9	10	0	0.5	10	0.07					
36	881.3	1	0.06	881.3	1	0.06	3.5	10	-0.01	1.01	10	0.18					
49	3358	0	0.30	0	0	0.30	44.4	10	-0.16	0.82	10	-0.03					
64	0	0	2.62	0	0	2.58	1323.9	9	-2.22	16.82	10	-1.75					
81	0	0	3.78	0	0	3.59	1493.8	7	-2.90	144.97	10	-2.45					
100	0*	0	4.47	0*	0	4.47	434.3	2	-2.28	1526	9	-2.89					

^{*}Para una de las instancias el algoritmo no encontró solución en el límite impuesto

Tabla 2: Desviación estándar del tiempo de ejecución de los algoritmo, número de óptimos hallados y error cometido.

5. Conclusiones

Del análisis de los resultados obtenidos hasta el momento se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- El análisis de los resultados obtenidos por la aplicación de los modelos responden a soluciones coherentes con los diseños reales, consiguiendo automatizar las decisiones de ubicación y dimensionamiento de subestaciones y rutificación y dimensionamiento de alimentadores.
- La experiencia computacional con sistemas de hasta de 100 nodos obtenienen soluciones de calidad en tiempos de computación aceptables.

- En la actualidad se está trabajando en mejorar el modelo estático incluyendo mas restricciones de tipo heurísticos que reduzcan el coste computacional a fin de resolver problemas de tamaño real.
- Finalmente, se pretende ampliar en trabajos futuros este modelo estático para incluir diferentes periodos de planificación.

Referecias

- Adams R.N., Afuso A., Rodríguez A., Peréz V., A Methodology for Distribution System Planning, 8th Power Systems Computation Conference, Finland 19th-24th August 1984, 1984
- Adams R.N., Laughton M.A., A Dinamic Programming netword flow procedure for distribution system planning, Procc. 8th Power Industry Computer Application (PICA) Conference Minneapolis USA 3th-6th June 1973, 1973, pp.348-354.
- Adams R.N., Laughton M.A., Optimal Planning of Networks Using Mixed-Integer Programming, Proc. IEE, 121, 2, 1974, pp.139-148.
- Afuso A., Geréz V., Rodríguez A., And Integrated System for distribution planning, Procc. 4th IEEE International Sympoosium on Large Engieering Systems, Canada, 9th-11th June 1982, 1982.
- Aoki K., Nara K., Satoh T., Kitagawa M., Yamanaka K., New Aproximate Optimization Method for Distribution System Planning, IEEE Trans. Power System, 5, 1, 1990, pp.126-132.
- Blanchard M., Delorme L., Simard C., Nadeau Y., Experience with Optimization Software for Distribution System Planning, IEEE Trans. Power System, 11, 4, 1996, pp.1891-1898.
- Boardman J.T., Meckiff C.C., A Branch and Bound Formilation to an Electricity Distribution Planning Problem, IEEE Trans. PAS, 104, 8, 1985, pp.2112-2118
- Bouchard D.E., Salama M.M.A., Chikhani A.Y., Optimal Distribution Feeder Routing and Optimal Substation Sizing and Placement Using Evolutionary Strategies, IEEE, 1994, pp.661-664.
- Brauner G., Zobel M., Knowledge Based Planning of Distribution Networks, IEEE Trans. Power System, 9, 2, 1994, pp.942-948.
- Cannas B., Celli G., Optimal MV Distribution Networks Planning Whit Heuristic Techniques, IEEE, 1999, pp.995-1000.
- Carneiro M., França P.M., Silveira P.D., Long-Range Planning of Power distribution systems: primary networks, Electric Power Systems Research, 1993, pp.223-231.
- Carvalhop P.M.S., Ferrerira L.A.F.M., Lobo F.G., Barruncho L.M.F., Distribution Network Expansion Planning Under Uncertasinty: A Hedging Algorithm in an Evolutionary Approach, IEEE Trans. Power Delivery, 15, 1, 2000, pp.412-416.
- Chen J., Hsu Y., An Expert System for Load Allocation in Distribution Expansion Planning, IEEE Trans. Power Delivery, 4, 3, 1989, pp.1910.-1917.

- Crawford D.M., Holt Jr S.B., A Mathematical Optimization Technique for locating and Sizing Distribution Substations, and Deriving Their Optimal Service Areas, IEEE Trans. PAS, 94, 2, 1975, pp.230-234.
- El-Kadi M.A., Computer-Aided Planning of Distribution Substations and Primary Feeders, IEEE Trans. PAS, 103, 6, 1984, pp.1183-1189.
- Fawzi T.H., Ali K.F., El-Sobki S.M., A New Planning Model For Distributionm Systems, IEEE Trans. PAS, 102, 9, 1983, pp.3010-3017.
- Gönen T., Foote B.L., Distributions System Planning using Mixed-Integer Programming, IEE Proc-C, 128, 2, 1981, pp.70-79.
- Gönen T., Ramírez-Rosado I., Review of Distributions System Planning Models: a model for optimal multi-stage planning, IEE Proc-C, 133, 7, 1986, pp.397-408.
- Hindi K. S., Brameller A., Design of Low-Voltage Distribution Networks: A Mathematical Programmaing Method, Proc. IEE, 124, 1, 1977, pp.54-58.
- Holt Jr S.B., Crawford D.M., Distribution Sunstation Planning using optimization methods, IEEE Tutorial Course, 1976, pp.69-76.
- Hongwei Dai, Yixin Yu, Chunhua Huang, Chengshan Wang, Shaoyun Ge, Optimal Planning of Distribution Substation Lacations and Sizes -- Model and Algorithm, IEEE TENCON'93 BEIJING, 1993, pp.351-354.
- Hsu Y., Chen J., Distribution Planning Using a Knowledge-Based Expert System, IEEE Trans. Power Delivery, 5, 3, 1990, pp.1514-1519.
- Kagan N., Adams R.N., A Computational Decision Support System for Electrical Distribution Systems Planning, IEEE, 1992, pp.133-138.
- Lin W.M., Su Y.S., Tsay M.T., Genetic Algorithm for Optimal Distribution System Planning, IEEE, 1998, pp.241-245.
- Masud E., An Interactive Procedure for Sizing and Timing Distribution Substations using Optimization Techniques, IEEE Trans. PAS, 93, 5, 1974, pp.1281-1286.
- Masud E., Distribution Planning:state of the art and extensions to substation sizing, Elec.Power Syst. Res, 1, 1978, pp.203-212.
- Mikic O.M., Mathematical Dinamic Model for Long-term Distribution System Planning, IEEE Trans. Power System, 1, 1, 1986.
- Miranda V., Ranito J.V., Proença L.M., Genetic Algorithms in Optimal Multistage Distribution Network Planning, IEEE Trans. Power System, 9, 4, 1994, pp.1927-1933.
- Nara K., Satoh T., Aoki K., Kitagawa M., Multi-Year Expansion Planning for Distribution System, IEEE Trans. Power System, 6, 3, 1991, pp.952-958.
- Nara K., Satoh T., Kuwabara H., Aoki K., Kitagawa M., Ishihara T., Distribution Systems Expansion Planning by Multi-stage Branch Exchange, IEEE Trans. Power System, 7, 1, 1992, pp.208-214.
- Nara K., State of the Arts of the Modern Heuristics Application to Power System, IEEE, 2000, pp.1279-1283.
- Neimane V., Andersson G., Distribution Networks Reinforcement Planning: A Dynamic Multi-Criteria Approach, IEEE, pp.260.
- Peponis G.J., Papadopoulos, New Dinamic, Branch Exchange Method for Optimal Distribution System Planning, IEE Proc. On Generation, Transmission and Distribution, 114, 3, 1997, pp.333-339.

- Ponnavaikko M., Prakasa Rao K.S., Optimal Distribution System Planning, IEEE Trans. PAS, 100, 6, 1981, pp.2969-2976.
- Quintana W.H., Temraz H.K., Hipel K.W., Two-stage Power System Distribution Planning Algorithm, IEE Proc-C, 104, 1, 1993, pp.17-29.
- Ramírez-Rosado I., Bernal-Agustin J.L., Genetic Algorithms Applied to the Disign of Large Power Distribution System, IEEE Trans. Power System, 13, 2, 1998, pp.696-703.
- Ramírez-Rosado I., Dominguez-Navarro J., Yusta-Loyo J., A New Model for Optimal Electricity Distribution Planning Based on Fuzzy set Techniques, IEEE, 1999, pp.1048-1054.
- Ramírez-Rosado I., Gönen T., Pseudodynamic Planning for Expansion of Power Distribution Systems, IEEE Trans. Power System, 6, 1, 1991, pp.245-253.
- Sempértegui R., Bautista J., Griño R., Pereira J., Models And Procedures For Electric Energy Distribution Planning. A Review, IFAC 2002.
- Skrlec D., Krajcar S., Privicevic B., Blagajac S., Exploiting the Power of Genetic Algorithm in Optimization of Distribution Networks, Procc. 8th Mediterranean Electrotechnical Conference, 1996, pp.1607-1610.
- Sun D.I., Farris D.R., Cote P.J., Shoults R.R., Chenn S.S., Optimal Distribution Substation and Primary Feeder Planning via the Fixed Charge Network Formulation, IEEE Trans. PAS, 101, 3, 1982, pp.602-608.
- Tang Y., Power Distribution System Planning with Reliability Modeling nad Optimization, IEEE Trans. Power System, 11, 1, 1996, pp.181-189.
- Tumazos S., Expert System / Alghorithm Based Radial Low Voltaje Distribution Network Configuration Tool, ST118.101, 1997, pp.1-9.
- Thompson G. L., Wall D. L., A Branch and Bound model for Choosing Optimal Substations Locations, IEEE Trans. PAS, 100, 5, 1981, pp.2683-2687.
- Wall D. L., Thompson G. L., Northcote-Green J.E.D., An Optimization Model for Planning Radial Distribution Networks, IEEE Trans. PAS, 98, 3, 1979, pp.1061-1065.
- Wong K.P., Cheung H.N., Artificial Intelligence Approach to Load Allocation in Distribution Substations, IEE Proc-C, 134, 5, 1987, pp.357-364.
- Yahab Kobi, Oron Gideon, Optimal Location of Electrical Substation in Regional Energy Supply Systems, IEEE, 1996, pp.307-309.
- Youssef H.K., Hackan R, Dynamic Solution of Distribution Planning in Intermediate Time Range, IEEE Trans. Power Delivery, 3, 1, 1988, pp.341-344.
- Zanoni Dueire Lins, M. Alfonso de Carvalho Jr., An Expert System for Power Distribution Networks Feeders Planning, IEEE, 1996, pp.457-460.

TABLE I

	TABLE I																																											
		АОТНОК	Adams y Laughton	Adams y Laughton	orawfort v Holt	Crawfort y Holt	Hindi y Brameller	Masud		Ross D.W., Carson M., Cohen A.I.	Corrently Fronte Ponnavaiko v Rao	Wall y Thompson	Afuso, Geréz, Rodriguez	Gönen y Foote	Sun, Farris, Cote, Shoults	Fawzi,Ali, El-Sobki	Adams,Atuso,Gerez,Rodriguez El-Kadv	Boardman J.T., Meckiff C.C.	Gönen y Ramierez-Rosado	Mikic	Wong, Cheung	Youssef H.K., Hackan R	Chen J., Hsu Y. Aoki Nara Satoh Kitanawa	Non, vara, caron, magawa Hsu, Chen	Nara, Satoh, Aoki, Kitagawa	Ramierez-Rosado y Gönen	Kagan N., Adams R.N.	Nara, Satori, Nuwabara, Aoki, Niragawa, Ishiriara H. Dai Y. Yi. C. Hiang. C. Wang. S. Ge	na,Temraz,Hipel	Carneiro M., França P.M., Silveira P.D.	Bouchard D.E., Salama M.M.A., Chikhani A.Y.	Brauner,Zobel	Miranda V., Ranito J.V., Proença L.M.	× 2007	lang r. Yahab Kobi. Oron Gideon	Zanoni Dueire Lins, M. Alfonso de Carvalho Jr.	Skrlec D., Krajcar S., Privicevic B., Blagajac S.		Peponis G.J., Papadopoulos	Lin W.M., Su Y.S., Tsay M.T.	Ramírez-Rosado I., Bernal-Agustin J.L.	Cannas B., Celli G. Ferreraira I. Carvalho P. Barrincho I	Ramírez I., Dominguez J., Yusta J.	G
		YEAR	973	1974	975	926	1977	978	979	1980	981	1981	1982	982	982	983	984	985	1986	986	987	1988	1989	066	1991	1991	1992	992	993	1993	995	994	1994	966	986	1996	966	997	997	866	998	1999	666	1999
Subestaions	Fixed costs		_	Y	+-	_	Υ	_	<u> </u>	Y	_ `	Ϋ́	_	Y	<u>Υ</u>	_ Y	, Y	1	Υ	Y	`	<u>-</u> Υ Υ		+	<u> </u>	YY	/ Y	_	+	Y	_	_	YY	_ ,	+		亡	-	Y		YY	-	Y	Y
	Variable costs							\	Y	Υ		Υ		ΥÝ	ΥY	/			Υ	Υ	\	ΥY	/			ΥY	/	Υ		Υ			ΥY	Υ	T	1	T	\Box	Υ	Υ	ΥY	1	Υ	Υ
	Optimal location problem		Υ		Υ	Υ	Υ	\	Y	Υ		Υ		ΥÝ	ΥY	/ Y	Y Y		Υ		١	ΥY	′ Y	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	,	ΥY	′ Y	Υ	T	Т	П	Υ		ΥY		Υ	П
	Optimal sizing problem		Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ		Υ			Υ	Υ		Υ	Y Y		Υ		١	Y			Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	,	ΥY	Υ	Т	T	Т	П		Υ	ΥY		Υ	П
	Area load transfer		Υ	Υ				Υ		Υ			Υ	Υ																							Ī	П						П
	Load x distance				Υ	Υ										Υ	,																			I	Γ							
Feeders	Fixed costs			Υ			Υ			Υ				Ϋ́	Y		Υ		Υ	Υ)	ΥY	′ Y		Υ	ΥY	′ Y			Υ		,	ΥY	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	ΥY	'	Υ	Υ
	Variable costs			Υ					Y	Υ		Υ		Ϋ́	ΥY	′			Υ	Υ)	ΥY	′ Y	Υ		ΥY	′	Υ		Υ			ΥY	Υ	Υ	L	Υ	Υ	Υ	Υ	ΥY	,	Υ	Υ
	Optimal routing problem			Υ			Υ		Y	Υ		Υ		Ϋ́	ΥY	′	Υ		Υ)	ΥY	′ Y	Υ	Υ	Υ	Υ		Υ	Υ	Υ		ΥY	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	ΥY	'	Υ	
	Optimal sizing problem			Υ			Υ)	Y	Υ		Υ		Υ)	′			Υ				Υ		Υ	Υ	Υ		Υ	Υ			ΥY	Y	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	ΥY	'	Υ	
Subestations and fee	eders						Υ	\	Y	Υ		Υ		Ϋ́	ΥY	′	Υ			Υ		Υ	′	Υ	Υ		Υ						ΥY	Y	Υ				Υ	Υ	ΥY		Υ	
One stage (static)				ΥY	Υ	Υ	Υ		Y	Υ		Υ		,	ΥY	′	Υ			Υ		Υ	′ Y	Υ						Υ					Υ		Υ	Υ		Υ	Υ		Υ	
Several stages	pseudodynamic													Ì	Y											Υ	Υ								┸	╙	丄	$oldsymbol{\perp}$			Υ			
	completely dinamic		Υ	Υ			ľ	Υ					Υ	Υ		Υ	Y		Υ		١	Y			Υ				Υ				ΥY	Y	┸	丄	L	L	Υ		Υ			Υ
	Radiality						Υ	`	Y			Υ			١	′	Υ		Υ			Y	Υ		Υ	ì	′ Y			Υ		Ĺ	ΥY			Υ	Ш	Υ	Υ	Υ	Υ		Υ	
	Voltage drop														١	1			Υ		١	ΥY	′ Y		Υ	ΥY	′ Y		Υ	Υ			Y	Υ	┸	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ	Υ		Υ	Ш
Mixed-integer linear	programming			ΥY			Υ	ΥY	Y	Υ		Υ	Υ	Υ `	ΥY	/ Y	Y		Υ				Υ			Υ				Υ						Ш	Ш							
Mixed-integer no line																				Υ)	Y												Υ	丄	丄	丄	$oldsymbol{\perp}$					Υ	Ш
Dinamic Programmir	ng		Υ										Υ																				Υ	<i>'</i>	┸	┺	丄	'						Ш
Mathematical Programming system			XDLC M10						OW YOUN	LIM CO LIM			MPSX MIP					MPSX 370							MPSX 370									GINO PC										
Spetial Algorithm			PD/NF		FF/DA	FF/DA	BB/TCA		BB/TCA			BB/TCA	BB/PD		BB/TCA	BB/TCA	BB/TCA	BB			AI/ES PROLOG		AI/ES PROLOG	ES/PROLOG	BE		MLP/BB/FUZZY	VIO/DE	CFvP	BB/NF	EA		GA	PD/HEURIS.	NF OPT.NO LINEAL	ES PROLOG	GA/FF	ES/ACR	BE	GA	GA	HILL CLIMBING	TS/FTCCT	GA/PD

CCT= Shortest path and transportation

BB= Branch and Bound

PD= Dynamic programming

NF= Netword Flow Algorithm

FF= Ford and Fulkerson

DA= Dijkstra Algorithm

TCA= Transhipment capacitaded Algorithm

BE= branch exchange Algorithm

MSBE= Multi-stage branch exchange Algorithm

CFyP= Clustering and Forecasting, Planning Algorithm KB= Knowledge-Based

ES= Expert System

Al= Artifitial Inteligence

GA= Genetic Algorithm

MCVRP= Multiple Capacited Vehicle Routing Problem

TS= Tabu search

NCA= Network Configuration Algorithm