

# SECUENCIACIÓN DE UNIDADES EN UNA LÍNEA DE MONTAJE MINIMIZANDO EL TRABAJO PERDIDO

Joaquín Bautista Valhondo<sup>1</sup>, Jaime Cano Belmán<sup>2</sup>, Jordi Pereira Gude<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Departamento de Organización de Empresas  
Universidad Politécnica de Catalunya, 08028, Barcelona, España  
E-mail: [joaquin.bautista@upc.es](mailto:joaquin.bautista@upc.es)

<sup>1</sup>Departamento de Organización de Empresas  
Universidad Politécnica de Catalunya, 08028, Barcelona, España  
E-mail: [jorge.pereira@upc.es](mailto:jorge.pereira@upc.es)

<sup>2</sup>Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universidad Politécnica de Catalunya, 08028, Barcelona, España  
E-mail: [jaime.cano-belman@upc.es](mailto:jaime.cano-belman@upc.es)

## RESUMEN

Una variante del problema de secuenciación de productos mixtos en una línea de montaje es la propuesta por Yano y Rachamadugu. En ella se considera la existencia de ventanas temporales en las estaciones de trabajo y el concepto de trabajo perdido (suma de las diferencias entre los instantes reales de compleción de las unidades en las estaciones y sus fechas de finalización comprometidas dependientes del valor de la ventana temporal). En el presente trabajo se propone una serie de procedimientos para resolver el problema, y se comparan con los existentes en la literatura a través de una experiencia computacional.

**Palabras y frases clave:** Secuenciación, JIT, Heurísticas.

**Clasificación AMS:** 90B30,90C27, 90B35.

## 1. Introducción

Los sistemas productivos con distribución en planta orientada al producto tienen su máxima expresión en las denominadas líneas de producción y de montaje. Inicialmente, este tipo de sistema fue concebido para la obtención de unidades productivas de idéntica apariencia y elaboración, no obstante, en la actualidad, también son diseñados para tratar variantes de un mismo producto en el que una serie de opciones (techo solar, aire acondicionado, etc.) añadidas al producto, o un valor de un atributo (motorización 2

litros, llantas de aleación, etc.) distingue una variante de otra. Esta distinción no sólo repercute en la apariencia de la variante, sino también repercute en las cargas de trabajo generadas en las estaciones de la línea dedicadas a la incorporación de opciones especiales o valores de los atributos.

Teniendo en cuenta que el equilibrado de la línea (reparto de tareas en estaciones) se realiza sobre valores de carga promedio a partir de los tiempos de proceso de las tareas específicas de cada variante y el mix de producción. En tales condiciones, es obvio que la forma de secuenciar las unidades en el sistema productivo podrá generar sobrecargas y descargas indeseables, tomando como referencia el tiempo de ciclo, en algunas estaciones de la línea.

Aparece entonces el concepto de secuencia regular, uno de cuyos significados está ligado a cómo se debe ordenar el lanzamiento de unidades distintas a la línea de forma que los tiempos requeridos para completar las tareas asignadas a cada estación se ajusten lo mejor posible al tiempo de ciclo.

Esta problemática no es nueva, aunque revivida por la ideología JIT. Por ejemplo, para Thomópulus (1967) y Okamura y Yamashita (1979) existen dos problemas básicos en las líneas de montaje de productos mixtos: equilibrar la línea (la mencionada agrupación de tareas en estaciones) y secuenciar las variantes de un producto. Dentro del ideario correspondiente al segundo problema centraremos el presente trabajo, que de forma genérica consiste en determinar la mejor secuencia de unidades de acuerdo con un objetivo prefijado.

Kubiak (1993) clasificó los problemas de secuencias regulares en dos categorías: Product Rate Variation (PRV) y Output Rate Variation (ORV). Este segundo problema es ya uno de los clásicos en contexto JIT y su primer tratamiento en un entorno industrial (Toyota) se debe a Monden (1987).

Bautista, Companys y Corominas (1996) proponen una clasificación más detallada de los problemas de secuenciación en función de dos aspectos: el objetivo al que está enfocada la regularización (productos o recursos) y el medio para definir la regularidad.

	Productos	Recursos		
		Componentes		Carga
		Un nivel	Multinivel	
Propiedad	CP	CO	CMO	CL
Función	PRV	ORV	MORV	LRV
Mixta	CPRV	CORV	CMORV	CLRV

Tabla 1. Clasificación de problemas de secuencias regulares de productos mixtos en líneas de montaje

Las columnas de la tabla 1, se refieren al objetivo al que se enfoca la regularización: Productos (P), Componentes (C) o Cargas de Trabajo (L); las filas se refieren a la forma de definir la regularidad: (1) propiedades o restricciones tales que las secuencias que las

satisfacen se definen como regulares; (2) funciones para medir el nivel de regularidad o irregularidad; y (3) la combinación de ambas formas regularizar. Las letras empleadas significan: C (Constrained), RV (Rate Variation), P (Product), O (Output), L (Load) y M (Multilevel).

Como ya indicábamos más arriba, esta problemática ha sido tratada desde hace algunas décadas, desde los trabajos pioneros de Kilbridge (1964), Thomopoulos (1967), Dar-El (1975) o Okamura (1979); un conjunto de trabajos en los que la regularidad se centra en los productos; Miltenburg (1989), Kubiak y Sethi (1991), Inman y Bulfin (1991), Ding y Cheng (1993a,1993b), Steiner y Yeomans (1993) o Smith, Palaniswami y Krishnamoorthy (1996); o el conjunto de trabajo en los que el objeto de la regularidad es el consumo de componentes: Monden (1987), Miltenburg y Sinnamoni (1989), Sumichrast y Russell (1990), Bautista (1993), Aigbedoy y Monden, Y. (1997), Poler, et al. (1999), Xiaobo et al. (1999) o Bautista et al. (2001).

Desde nuestro punto de vista, las variantes del problema menos tratada en la literatura son las que se centran en regularizar la carga de trabajo (CL, LRV y CLRV), ya insinuadas en Monden (1987); no obstante, existen aportaciones importantes como veremos seguidamente.

Yano y Rachamadugu (1991) proponen un modelo para una variante del problema cuyo objetivo es minimizar la sobrecarga ocasionada por la secuencia. La sobrecarga total considerada es la suma de sobrecargas en cada estación, siendo la sobrecarga en una estación el resultado de la diferencia entre el instante en que se completarían las tareas de dicha estación menos el instante en el que debe concluir dicho trabajo. Para la resolución del problema, proponen un procedimiento aplicable a ejemplares con una estación y dos tipos de unidades (básicas y especiales); el procedimiento se basa en la búsqueda de un esquema formado por una subsecuencia de ambos tipos de unidades que sirve para construir la secuencia a partir de la repetición de dicha subsecuencia; el procedimiento es óptimo si es posible obtener una solución concatenando únicamente dicho esquema. En base a este procedimiento, los autores proponen una heurística de tipo greedy para ejemplares con  $K$  estaciones; la complejidad del algoritmo es  $O(KN)$ .

Bolat y Yano (1992a) se extienden en el trabajo anterior, proponiendo tres métodos de resolución: (1) el primero determina un esquema regenerativo (la situación del operario al inicio y final del esquema es la misma) que se concatena, para construir la solución, hasta que, si es el caso, queda un resto de unidades que son las que pueden infligir una sobrecarga; (2) el segundo procedimiento es un algoritmo greedy que procura, paso a paso, evitar la sobrecarga, combinando unidades, hasta que ello no es posible; y (3) el tercer algoritmo, también greedy, intenta evitar tiempos muertos. Los autores utilizan la programación Dinámica para evaluar en qué condiciones es útil cada heurística.

En Bolat y Yano (1992b) se propone una función objetivo distinta a la de los trabajos anteriores: minimizar el número total de unidades especiales que exceden a las  $k$  permitidas en cada esquema de tamaño  $l$ , con ello se reducen los cálculos.

En Tsai (1995) se extienden los trabajos anteriores al tener en consideración los tiempos de desplazamiento del operario. Uno de los objetivos es minimizar la distancia recorrida por el operario que equivale, en este caso, a minimizar la sobrecarga que la secuencia inflige. El procedimiento propuesto tiene complejidad  $O(\log N)$  y ofrece la solución óptima en determinadas condiciones. Para el caso de más de una estación, se emplean como cotas los resultados del procedimiento anterior que está diseñado para una sola estación.

En Guerre, Frein y Bouffard (1995) se considera tres objetivos distintos: (1) cumplir con las fechas comprometidas que son dato del ejemplar, (2) equilibrar cargas de trabajo y (3) evitar largas esperas entre lanzamientos de dos unidades consecutivas de una misma variante. Para la valoración de una solución se tienen en cuenta los tres objetivos mediante una ponderación de costes asociados a cada criterio. El tratamiento del problema es similar al de Bolat y Yano (1992b), aunque cada estación puede presentar costes diferentes.

Kim, et. al. (1996) propone como objetivo la minimización de la longitud de la línea condicionada a que los operarios puedan completar sus tareas sin problemas. Para la resolución del problema se emplean algoritmos genéticos con una calidad de las soluciones y un tiempo computacional satisfactorios.

Chul et. al. (1998) consideran tres objetivos simultáneamente: (1) maximizar el trabajo útil total (total *utility work*), (2) regularizar en el consumo de componentes, y (3) minimizar el tiempo de cambio entre variantes si es el caso. Se emplean algoritmos genéticos tratando los tres criterios coordinadamente.

Considerando los trabajos anteriores como punto de partida, en el presente texto nos centraremos en las aportaciones de Yano y Rachamadugu (1991) y de Bolat y Yano (1992) extendiéndonos sobre ellas. Nuestra propuesta incluye: (1) dos algoritmos para una sola estación; y (2) cuatro procedimientos para el caso de múltiples estaciones.

El texto que inmediatamente sigue responde al siguiente orden: en la sección dos se describe la propuesta de Yano y Rachamadugu (1991) – medida de la sobrecarga-; en la sección tres se incluyen modelos para minimizar el trabajo perdido; en la sección cuatro se describe un conjunto de procedimientos de resolución para el caso de una estación -Yano y Rachamadugu (1991), Bolat y Yano (1992), y nuestra propuesta-; en la sección cinco realizan extensiones al procedimiento de Yano y Rachamadugu (1991) para varias estaciones, empleando, para el cálculo de cotas y predictores, los procedimientos descritos en la sección cuatro; en la sección seis se muestra los resultados de la experiencia computacional realizada; y, finalmente, la sección siete se dedica a conclusiones.

## 2. Medida de la sobrecarga (una estación)

Yano y Rachamadugu (1991) proponen una formalización general para medir la sobrecarga de trabajo considerando: una sola estación, una plantilla fija y la posibilidad de que haya más de un operario en la estación. La unidad de tiempo empleada se refiere al ciclo de fabricación (tiempo de ciclo).

Sea:

$L$  la longitud de la estación, el número de unidades productivas en la estación en cualquier momento, o el tiempo máximo concedido a un producto en la estación. Se asimila estación a ventana.

$R$  la tasa de aplicación del trabajo (trabajo aplicado por unidad de tiempo), o el número de trabajadores eficientes (trabajadores x factor de eficiencia).

$p_i$  el tiempo de proceso de la tarea  $i$ , (trabajo requerido por la tarea  $i$ )/ $R$ .

$s_i$  instante de inicio de la tarea  $i$ .

$f_i$  instante de finalización de la tarea  $i$  (si la tarea no ha concluido cuando el producto deja la estación, se fuerza dicho instante).

$z_i$  la sobrecarga debida a la tarea  $i$ .

Dada una secuencia, y  $s_1=0$ , la sobrecarga total,  $z_i$ , se puede expresar así:

$$\begin{aligned} s_i &= \max(i-1, f_{i-1}) \\ f_i &= \min(s_i + p_i, i-1 + L) \\ z_i &= R[p_i + s_i - (i-1 + L)]^+ \quad \text{donde } [x]^+ = \max(0, x) \end{aligned}$$

En definitiva, la sobrecarga total es:  $z = \sum_i z_i$

## 3. Modelos para minimizar el trabajo perdido

El problema de minimización de la sobrecarga total en una sola estación es equivalente a maximizar el trabajo total completado, y puede formalizarse así:

Sea:

$x_{ij}$  variable binaria igual a 1 si la tarea  $i$  se realiza en la posición  $j$  de la secuencia, y 0 en caso contrario.

$u_j$  tiempo requerido para por la tarea secuenciada en  $j$  - ésima posición.

Suponiendo que los trabajos pueden iniciarse en la única estación el instante cero, se puede escribir:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_j u_j \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \\
 & \sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \\
 & u_j \leq \sum_i p_i x_{ij} \quad \forall i \\
 & s_j \geq j - 1 \quad \forall j \\
 & s_j \geq s_{j-1} + u_{j-1} \quad \forall j \\
 & s_j + u_j \leq j - 1 + L \quad \forall j \\
 & u_j \geq 0, s_j \geq 0, x_{ij} \in \{0,1\}
 \end{aligned}$$

Para varias estaciones, si  $b_k$  representa el número de trabajadores en la estación  $k$ , el problema se puede formular así:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_k b_k \sum_j u_{jk} \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \\
 & \sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \\
 & u_{jk} \leq \sum_i p_{ik} x_{ij} \quad \forall jk \\
 & s_{jk} \geq j - 1 \quad \forall jk \\
 & s_{jk} \geq s_{j-1,k} + u_{j-1,k} \quad \forall jk \\
 & s_{jk} + u_{jk} \leq j - 1 + L_k \quad \forall jk \\
 & u_{jk} \geq 0, s_{jk} \geq 0, x_{ij} \in \{0,1\}
 \end{aligned}$$

Donde:

$x_{ij}$  representa la posible asignación de la tarea  $i$  a la posición  $j$  de la secuencia.

$u_{jk}$  es el trabajo aportado a la tarea que ocupa la posición  $j$  en la secuencia y en la estación  $k$  (tiempo útil empleado en realizar la tarea o parte de ella).

$s_{jk}$  es el instante de inicio de la tarea que ocupa la  $j$ -ésima posición en la secuencia y en la estación  $k$ .

$p_{ik}$  es el tiempo de proceso de la tarea  $i$  en la estación  $k$ .

$L_k$  es la longitud de la estación  $k$  (también el tiempo máximo concedido para realizar cualquier tarea en dicha estación)

El problema con una sola estación puede formularse como un programa dinámico que puede resolverse en tiempo  $O(N^2)$ . Sin embargo el tamaño del espacio de soluciones se incrementa exponencialmente tanto con el número de tareas como con el número de estaciones.

## 4. Procedimientos para una estación y dos tipos de producto

Siguiendo a Yano y Rachamadugu (1991), se tiene una sola estación y dos tipos de producto distinguibles por sus tiempos de proceso: los productos de tipo básico (que notaremos B) tienen un tiempo de proceso (carga) inferior al tiempo de ciclo; y los productos especiales (que notaremos A) con carga superior al tiempo de ciclo. Sin pérdida de generalidad, la unidad de tiempo se corresponde al ciclo.

Se supone que las unidades avanzan por la línea de montaje a velocidad constante, por ello, longitud de la ventana y tiempo concedido son proporcionales. Puede añadirse también un coste, el cual debe ser proporcional al número de trabajadores, a la energía que se consume en la estación, a los materiales que se utilizan, etc.

Sea:

$N$  el número total de unidades a secuenciar,  $i=1, \dots, N$

$t_a$  el tiempo de proceso de una unidad de tipo A

$t_b$  el tiempo de proceso de una unidad de tipo B

$n_a$  número de unidades a procesar del tipo A

$n_b$  número de unidades a procesar del tipo B

$L$  la longitud de la ventana (tiempo máximo concedido para procesar cualquier unidad).

La unidad de tiempo es el ciclo (tiempo de ciclo), por lo tanto  $t_b < 1 < t_a$ ;  $t_a, t_b$  y  $L$ , están expresadas en ciclos.

El objetivo es encontrar secuencias de unidades en la que no queden tareas sin realizar, de forma tal que la suma del trabajo perdido en la estación, sea el mínimo posible.

### 4.1 Procedimiento de Yano y Rachamadugu

El método consiste en establecer esquemas (subsecuencias) formados por  $m_a$  unidades especiales y  $m_b$  unidades básicas. Estos esquemas se repiten mientras existan unidades para completar una subsecuencia completa. Cuando ya no se pueda completar otra subsecuencia, el resto de los productos se acomodan de forma que se minimiza la sobrecarga que se pueda ocasionar. En la sección cinco, se muestra cómo este método es utilizado para establecer cotas interiores en el caso de varias estaciones.

Dado que  $t_a > 1$ , el número de unidades especiales consecutivas sin incurrir en sobrecarga está limitado, sea dicho número  $X$ , que obviamente es el mayor entero que satisface:

$$X t_a \leq X - 1 + L$$

La regeneración (que el trabajador regrese al inicio de la ventana) se puede lograr a base de secuenciar unidades básicas después de  $X$  unidades especiales. De esta forma un esquema regenerativo estará compuesto por  $m_a$  unidades de A y  $m_b$  unidades de B, cuya determinación es simple:

$$m_a t_a + m_b t_b = m_a + m_b \quad (m_a \leq X, m_b \text{ enteros}) \quad (1)$$

Así, la máxima utilización (sin sobrecarga) se alcanza al resolver el siguiente problema de programación entera:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & (t_a m_a + t_b m_b) / (m_a + m_b) \\ \text{s.t.} \quad & m_a \leq X \\ & t_a m_a + t_b m_b \leq m_a + m_b \\ & m_a, m_b \geq 0, \text{entero} \end{aligned}$$

Para un valor dado de  $m_a$ , la máxima utilización se alcanza cuando se usa el valor mas pequeño de  $m_b$  que satisface:

$$t_a m_a + t_b m_b \leq m_a + m_b \quad (2)$$

Bolat (1988) obtiene cotas haciendo  $m_a = X$  y obteniendo  $m_b$  a partir de (2), en aquellos casos en que (1) no puede ser satisfecha con un valor entero de  $m_b$ .

En tales condiciones, la secuencia se obtiene de la forma:

- a)  $C = \min(\lfloor n_a / m_a \rfloor, \lfloor n_b / m_b \rfloor)$  ciclos de  $m_a$  unidades especiales seguidas por  $m_b$  unidades básicas (donde  $\lfloor x \rfloor$  es el mayor entero no superior a  $x$ ), seguido por:
- b)  $\min[n_a - C m_a, m_b]$  unidades especiales, seguidas por:
- c)  $N - C m_b$  unidades básicas, seguidas por:
- d)  $[n_a - (C + 1) m_a]^+$  unidades especiales, si procede.

Bolat (1988) obtiene cotas haciendo  $m_a = X$  y obteniendo  $m_b$  a partir de (2), en aquellos casos en que (1) no puede ser satisfecha con un valor entero de  $m_b$ .



## 4.2 Procedimiento de Bolat y Yano n° 1

Básicamente, procede así: dada una posición de la secuencia y el instante en el que la unidad anterior deja libre la estación:

- (1) si no hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad básica.
- (2) si hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad especial si ésta no genera sobrecarga, o una unidad básica si aquella genera sobrecarga.
- (3) si no hay unidades básicas pendientes y hay unidades especiales pendientes, se secuencia una unidad especial.

En la figura 1 se presenta un esquema de lo descrito.

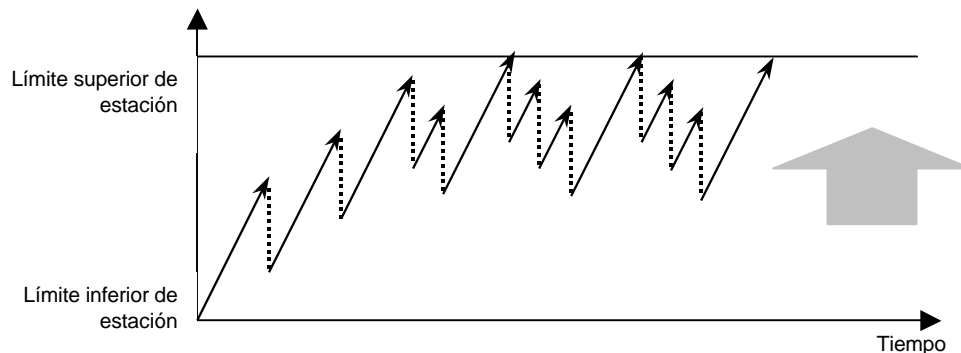


Figura 1: Tendencia de la posición del trabajador en la ventana

## 4.3 Procedimiento de Bolat y Yano n°2

Básicamente, procede así: dada una posición de la secuencia y el instante en el que la unidad anterior deja libre la estación:

- (1) si no hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad básica.
- (2) si hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad básica si ésta no genera tiempo improductivo, o una unidad especial si aquella genera tiempo improductivo.
- (3) si no hay unidades básicas pendientes y hay unidades especiales pendientes, se secuencia una unidad especial.

Como se puede observar, la diferencia entre ambos procedimientos de Bolat y Yano estriba en la importancia que se da a la sobrecarga o al tiempo improductivo. Este segundo procedimiento es más apropiado en casos en que exista una sobrecarga inevitable.

#### 4.4 Procedimiento Updown n°1

La idea consiste en propiciar los desplazamientos del operario, de forma cíclica, a ambos límites de la ventana, evitando, si es posible, tanto sobrecargas como tiempos improductivos. Cuando ambas magnitudes son mayores que cero, se opta por la de menor valor (las magnitudes se pueden ponderar).

Mientras(haya unidades pendientes de A y B)

aux=0;

Mientras(  $t + t_a \leq t + L$  )

$x_i = A$ ;

A--;

aux++;

Mientras(  $t + t_b \geq t + L$  )

$x_i = B$  ;

B--;

aux++;

Si (aux=0)

Evaluar sobrecarga y tiempo improductivo que ocasiona cada tipo de producto ;

$x_i =$  producto que genere menor sobrecarga o tiempo improductivo;

donde  $t$  es el instante de inicio de la tarea secuenciada en  $i$ -ésima posición.

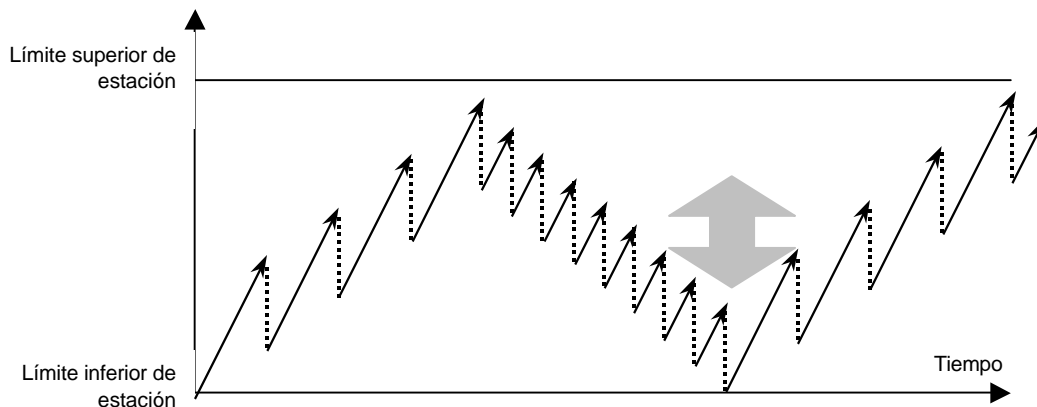


Figura 2: Tendencia de la posición del trabajador en la ventana.  
El operario se aproxima pseudo-cíclicamente a los límites de la estación

En la figura 2 se presenta un esquema de lo descrito.

## 4.5 Procedimiento Updown n°2

Se trata de una combinación de los tres procedimientos anteriores. El procedimiento se apoya en el cálculo de una cota inferior, tanto del trabajo perdido como del ocio (tiempo improductivo) inevitables.

Sea  $C$  la cota inferior del trabajo perdido.

$$C = \max\{0, n_a t_a + n_b t_b - [n_a + n_b + L - 1]\}$$

En caso de que el valor de la cota del trabajo perdido sea igual a cero. Se comprueba que no habrá ocio inevitable con la siguiente expresión:

Sea  $K$  la cota del tiempo ocioso.

$$K = \max\{0, N - (n_a t_a + n_b t_b)\}$$

Se procede así:

- Si  $C > 0$  se aplica el algoritmo de Bolat y Yano n°2.
- Si  $K > 0$  se aplica el algoritmo de Bolat y Yano n°1.
- Si  $C = K = 0$  se aplica el algoritmo Updown1.

## 5. Procedimientos para varias estaciones y dos tipos de producto

Los procedimientos que aquí describimos están basados en la propuesta para varias estaciones y dos tipos de producto de Yano y Rachamadugu (1991). Todos ellos se apoyan en los procedimientos para una estación descritos anteriormente que son útiles para definir heurísticos basados en reglas de prioridad.

Sea:  $M$  el número de estaciones  $j, j=1, \dots, M$ . De forma general, se procede así:

Llegados a una posición  $t$  de la secuencia, supongamos que restan por secuenciar  $n_a(t)$  y  $n_b(t)$  unidades de A y de B, respectivamente.

En caso de secuenciar una unidad de tipo A:

**Paso 1a.** Determinar, para cada estación  $j$ , la cota inferior del trabajo perdido  $w_{oA}(j)$ , a partir de las secuencias óptimas obtenidas mediante el procedimiento de Y&R para una estación y una producción pendiente  $[n_a(t)-1, n_b(t)]$ .

**Paso 2a.** Determinar la sobrecarga en cada estación si se secuencia una unidad de A. Sea dicho valor, para la estación  $j$ ,  $w_A(j,t)$ .

$$w_A(j,t) = \min[\max[pos(j,t) + t_a(j) - L(j), 0], t_a(j)]$$

donde  $pos(j,t)$  es la posición inicial del operario (en unidades de tiempo). Para  $t=1$ ,  $pos(j,1) = 0$ .

**Paso 3a.** Determinar una cota de la sobrecarga así:

$$sc_A(t) = \sum_{j=1}^M [wo_A(j) + w_A(j,t)]c(j)$$

donde  $c(j)$  es un peso que, opcionalmente, puede asociarse a la estación.

En caso de secuenciar una unidad de tipo B:

**Paso 1b.** Determinar, para cada estación  $j$ , la cota inferior del trabajo perdido  $wo_B(j)$ , a partir de las secuencias óptimas obtenidas mediante el procedimiento de Y&R para una estación y una producción pendiente  $[n_a(t), n_b(t)-1]$ .

**Paso 2b.** Determinar la sobrecarga en cada estación si se secuencia una unidad de A. Sea dicho valor, para la estación  $j$ ,  $w_B(j,t)$ .

$$w_B(j,t) = \min[\max[pos(j,t) + t_b(j) - L(j), 0], t_b(j)]$$

**Paso 3b.** Determinar una cota de la sobrecarga así:

$$sc_B(t) = \sum_{j=1}^M [wo_B(j) + w_B(j,t)]c(j)$$

**Paso 4.** Si  $sc_B(t) < sc_A(t)$ , se secuencia una unidad de tipo B en la  $t$ -ésima posición; en caso contrario, una de tipo A.

En el presente trabajo, las variantes incorporadas al procedimiento anterior, se basan en la sustitución del cálculo de las cotas del trabajo perdido por las unidades pendientes de secuenciar ( $wo_A(j)$  y  $wo_B(j)$ , determinadas en los pasos 1a y 1b, respectivamente) por el valor de la predicción del trabajo perdido (y el tiempo ocioso en su caso) que resulta al aplicar los procedimientos de Bolat y Yano n°1 y n2, y Updown n°1 y n°2, en todas las estaciones, a las unidades pendientes de secuenciar.

En la experiencia computacional de este trabajo, se ha optado por fijar los pesos a 1 en todas las estaciones:  $c(j) = 1$ , para todo  $j$ .

## 6. Experiencia computacional

Se ha realizado una experiencia computacional compuesta por dos experimentos. El primero se compone de ejemplares con una sola estación, mientras que el segundo tiene en cuenta varias estaciones. En ambos casos el número de tipos de producto es igual a 2: unidades especiales A y unidades básicas B.

### 6.1 Experimento 1. Características y resultados

Las características de este experimento son:

- Tamaño de ventana: 1.10, 1.20, 1.30, 1.40 y 1.50 (ciclos).
- Número total de unidades a secuenciar: 36, 110 y 216.
- Ratios del mix A/B: 3/2, 5/4, 1/1, 3/4 y 1/2.
- Tiempo de proceso: distribuciones uniformes  $t_a [1, L]$  y  $t_b [2-L, 1]$ .

Para cada terna [a, b, c] se han generado 10 ejemplares con tiempos de proceso según [d], lo que supone un total de 750 ejemplares que han sido resueltos con los 5 procedimientos descritos en la sección 4.

En la tabla 2 se muestran los resultados del experimento con: la desviación porcentual media ( $d_i^n$ ) del tiempo de operaciones respecto a la cota (ver Anexo 1), el porcentaje de óptimos confirmados ( $O_i^n$ ) y el porcentaje de ocasiones como algoritmo ganador ( $G_i^n$ ), por procedimiento ( $i$ ) y número de unidades a secuenciar ( $n$ ); así como, los resultados globales de estas magnitudes por procedimiento.

	$d_i^n$				$O_i^n$				$G_i^n$			
	$n$			$d_i$	$n$			$O_i$	$n$			$G_i$
Proced. $i$	36	110	216		36	110	216		36	110	216	
Yano	0,783%	0,753%	0,526%	0,688%	76,4%	81,6%	86,8%	81,6%	80,0%	82,8%	88,4%	83,7%
Bolat1	0,353%	0,334%	0,261%	0,316%	74,4%	71,6%	81,2%	75,7%	78,0%	74,4%	82,4%	78,3%
Bolat2	0,351%	0,310%	0,327%	0,329%	72,4%	74,8%	69,6%	72,3%	76,8%	76,8%	71,6%	75,1%
Updown1	0,161%	0,172%	0,120%	0,151%	72,8%	73,6%	76,8%	74,4%	80,0%	79,2%	80,4%	79,9%
Updown2	0,131%	0,130%	0,080%	0,114%	90,0%	93,6%	96,0%	93,2%	95,2%	96,0%	97,6%	96,3%

Tabla 2. Resultados del Experimento-1.

### 6.2 Experimento 2. Características y resultados

Las características de este experimento son:

- Tamaño de ventana: 1.10, 1.20, 1.30, 1.40 y 1.50 (ciclos).
- Número total de unidades a secuenciar: 36, 110 y 216.
- Ratios del mix A/B: 3/2, 5/4, 1/1, 3/4 y 1/2.

- d) Número de estaciones ( $M$ ): 10, 50 y 100.
- e) Tiempo de proceso: distribuciones uniformes  $t_a [1, L]$  y  $t_b [2-L, 1]$ .

Para cada cuaterna [a, b, c, d] se han generado 10 ejemplares con tiempos de proceso según [e], lo que supone un total de 2250 ejemplares que han sido resueltos con los 5 procedimientos descritos en la sección 5.

En la tabla 3 se muestran los resultados del experimento con: la desviación porcentual media ( $d_i^M$ ), el porcentaje de óptimos confirmados ( $O_i^M$ ) y el porcentaje de ocasiones como algoritmo ganador ( $G_i^M$ ), por procedimiento ( $i$ ) y número de estaciones ( $M$ ); así como, los resultados globales de estas magnitudes por procedimiento.

Proced.	$d_i^M$				$O_i^M$				$G_i^M$			
	$M$			$d_i$	$M$			$O_i$	$M$			$G_i$
	10	50	100		10	50	100		10	50	100	
Yano	1,39%	1,74%	1,72%	1,62%	9,07%	0,00%	0,00%	3,02%	44,13%	21,20%	21,07%	28,80%
Bolat1	5,79%	1,64%	1,62%	3,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	20,00%	21,20%	13,73%
Bolat2	5,79%	1,68%	1,65%	3,04%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Updown1	1,31%	1,66%	1,65%	1,54%	9,33%	0,00%	0,00%	3,11%	69,73%	17,73%	15,07%	34,18%
Updown2	5,79%	1,64%	1,63%	3,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	17,73%	15,07%	10,93%

Tabla 3. Resultados del Experimento-2.

## 7. Conclusiones

Se ha tratado una variante del problema de secuencias en una línea de producción que tiene por objetivo minimizar la sobrecarga de trabajo (trabajo perdido) que puede generarse ante la limitación del tiempo concedido en las estaciones para procesar las unidades.

Se recogen algunos procedimientos hallados en la literatura -Yano y Rachamadugu, y Bolat y Yano 1 y 2 -, y se presentan otros (Updown 1 y 2), basados en los anteriores, tanto para el caso de una sola estación como el de varias estaciones.

Se realiza una experiencia computacional formada por dos experimento. En el primero se tratan 750 ejemplares con los 5 procedimientos para una sola estación; se obtiene como resultado que el procedimiento Updown2 presenta el mejor comportamiento global tanto en desviaciones con respecto a la cota, el número de óptimos alcanzados como el número de ocasiones que obtuvo la mejor solución. En el segundo experimento se tratan 2250 ejemplares con los 5 procedimientos para varias estaciones; en esta ocasión, se obtiene que Updown1 es el que presenta el mejor comportamiento global en los tres índices que miden la calidad de las soluciones.

## Referencias

- Aigbedoy, Henry y Monden, Yashuhiro (1997): A parametric procedure for multicriteria sequense scheduling for just-in-time mixed model assembly lines. *International Journal of Production Research*, Vol 35, nº 9.
- Bautista Valhondo Joaquín (1993): Procedimientos heurísticos y exactos para la secuenciación en sistemas productivos de unidades homogéneas (contexto JIT). *Tesis doctoral*, Editado por Ramón Companys Pascual, Barcelona, España.
- Bautista, J. Companys, R. Corominas, A. (1996): A note on the relation between the Product Rate Variation Problem and the apportionment problem. *Journal of the Operations Research Society*,47,1410-1414.
- Bautista, J., Companys, R., Pereira,J., y Mateo, M. (2001): Aplicación de la CLP al problema de secuencias regulares con restricciones en una cadena de montaje de automóviles. *Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, Úbeda, Noviembre 2001.
- Bolat,A . y Yano, C. (1992a): Scheduling algorithms to minimize utility work at a single station on paced assembly line. *Production Planning and Control*, vol 3, nº 4, p. 393-405.
- Bolat, A. y Yano, C. (1992b): A surrogate objective for utility work in paced assembly line. *Production Planning and Control*, vol 3, nº 4, p.406-412.
- Chase, Richard B. y Aquilano, Nicolas J. (1999): Dirección y administración de la producción y de las operaciones. 6a Edición, Mc Graw Hill, México.
- Chul, J.H., Yeongho, K., Yeo, K.K. (1998): A genetic algorithm for multiple objective sequencing problems in mixed model assembly lines. *Computers & Operations Research*, 25, 7/8; Elsevier Science.
- Companys Pascual,Ramon y Corominas Subias,Albert (1996-1): Organización de la producción II, Dirección de operaciones 4. Escola Tecnica Superior de Enginyers Industrials de Barcelona, ETSEIB, Universitat Politècnica de Catalunyaia, Ediciones UPC, España.
- Companys Pascual, Ramón. y Corominas Subias,Albert (1996-2): Direcció de la producció I. Ediciones multimedia de la UOC, Barcelona, España.
- Dar-El, E. M. y Cother, R.F. (1975): Assembly line sequencing for model mixing. *International Jurnal of Production Research*, 13,463.
- Dar-El, E. M. y Cucuy, S. (1997): Optimal Mixed.model sequencing fro balanced assembly lines. *Omega*, 5, 333 - 342.
- Ding, F.Y. and Cheng, L. (1993a): A simple sequencing algorithm for mixed models assembly lines in JIT Production Systems. *Operations Research Letters*, vol 13.
- Ding, F.Y. y Cheng, L. (1993b): An efective mixed model assembly lines sequencing heuristics for just-in-time productions systems. *Journal of Operations Management*, vol 11, p. 45-50.
- Domínguez Machuca, José A. *et al.* (1995): Dirección de operaciones. Mc Graw Hill, España.

- Guerre, F., Frein, Y., Bouffard, R. (1995): An efficient procedure for solving a car sequencing problem. *Proceedings ETFA, Symposium of Emerging Technologies and Factory Automation*.
- Inman, Robert R. y Bulfin Robert L. (1991): Sequencing JIT mixed-model assembly lines. *Management Science*, vol 37, n°7.
- Kim, Y.K. et.al. (1996): Sequencing in mixed model assembly lines: A genetic algorithm approach. *Computers & Operations Research*, vol 23, n° 12; Elsevier Science.
- Kubiak, Wieslaw (1993): Minimization of production rates in just in time systems: A survey. *European Journal of Operational Research*. Vol 66, n° 3.
- Kubiak, Wieslaw. y Sethi, Suresh (1991): A note on “level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems”. *Management Science*, vol. 37, n°1.
- Miltenburg, John (1989): Level schedules fro mixed-model assembly lines in just-in-time productions systems. *Management Science*, vol. 35, n° 2.
- Miltenburg, J. y Sinnamon, G. (1989): Scheduling mixed-model multilevel just-in-time production systems. *International Production Research*, vol 27, n° 9.
- Monden, Yasuhiro. (1987): El sistema de producción toyota. Price Waterhouse, IESE, España.
- Niño López, Myriam L. (2002): Evaluación del sistema de programación de operaciones DBR. Tesis doctoral, UPC, ETSEIB, España.
- Okamura, Kenjuro y Yamashina Hajime (1979): A heuristic algorithm for the assembly line model-mix sequencing problem to minimize the risk of stopping the conveyor. *International Journal of Production Research*, vol 17, n° 3, 233-247.
- Scholl Armin (1995): Balancing and sequencing of assembly lines. Ed. Physyca-Verlag. Germany.
- Smith, K. Palaniswami, M. Krishnamoorthy, M. (1996): Traditional heuristic versus hopfield neural network approaches to a car sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, vol 93, n° 2.
- Steiner, George. y Yeomans Scott. (1993): Level schedules for mixed-model just-in-time processes. *Management Science*, vol 39, n°6.
- Steiner, George. y Yeomans Scott. (1996): Optimal level schedules in mixed-model, multilevel JIT assembly systems with pegging. *European Journal of Operational Research*, vol 95, n° 1.
- Sumichrast, R.T y Russell, R.S. (1990): Evaluating mixed-model assembly line sequencing heuristics for just-in-time production systems. *Journal of Operations Management*, vol 9, n°3.
- Thomopoulos, Nick T. (1987): Line balancing-sequencing for mixed-model assembly. *Management Science*, vol 14, N° 2, B59-B75, Octubre, USA.
- Tsai, Li-Hui (1995): Mixed-model sequencing to minimize utility work and the risk of conveyor stoppage. *Management Science*, vol. 41, n° 3, p. 485.
- Yano, C.A. y Rachamadugu, R. (1991): Sequencing to minimize work overload in assembly lines with product options. *Management Science*. vol 37, N° 5, 572-586, Mayo. USA.



Xiaobo, Zhao; Zhou, Zhaoying; Asres, Ainishet (1999): A note on Toyota's goal of sequencing mixed models on an assembly line. *Computer and Industrial Engineering*, vol 36,nº 1,57-65.

## Anexo 1

Sean:

$C_1^j$  tiempo mínimo para procesar las  $n$  unidades del ejemplar  $j$ :  $C_1^j = n_a^j t_a^j + n_b^j t_b^j$

$C_2^j$  tiempo concedido para procesar las  $n$  unidades del ejemplar  $j$ :  $C_2^j = n_a^j + n_b^j + L^j - 1$

$C_\infty^j$  el tiempo necesario, incluyendo sobrecargas y tiempos muertos, para procesar todas las unidades del ejemplar  $j$  aplicando el procedimiento  $i$ .

En tales condiciones:

La desviación relativa del tiempo total necesario para procesar todo el trabajo respecto a la cota, para el ejemplar  $j$  con el procedimiento  $i$  ( $d_{ji}$ ) se obtiene así:

$$d_{ji} = \left[ \frac{C_\infty^{ji} - \max\{C_1^j, C_2^j\}}{\max\{C_1^j, C_2^j\}} \right]^+$$

La desviación media ofrecida por el procedimiento  $i$  para un conjunto de ejemplares  $x$  ( $d_i^x$ ), con cardinal  $|x|$ , se obtiene así:

$$d_i^x = \frac{\sum_{j \in x} d_{ji}}{|x|}$$